

УДК 533.62.01

**Б.И. Руднев, О.В. Повалихина**

Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет,  
690087, г. Владивосток, ул. Луговая, 52б

## **ТЕПЛОВЫЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ В ЗАКОНАХ ТРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА ДЛЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

*Проанализированы основные тепловые и гидродинамические факторы, влияющие на законы трения и теплообмена в турбулентном пограничном слое. Показана возможность использования предельного закона теплообмена для математического моделирования конвективного теплопереноса в камере сгорания дизельного двигателя.*

**Ключевые слова:** тепловые и гидродинамические факторы, трение, теплообмен, турбулентный пограничный слой.

**B.I. Rudnev, O.V. Povalikhina**

## **THE THERMAL AND HYDRODYNAMICAL FACTORS IN LAWS OF FRICTION AND HEAT TRANSFER FOR TURBULENT BOUNDARY LAYER**

*Basic thermal and hydrodynamical factors influenced on laws of friction and heat transfer in turbulent boundary layer are analyzed. Possibility of the ultimate law of heat transfer use for mathematical modeling of convective heat transfer in diesel engine combustion chamber is given.*

**Key words:** thermal and hydrodynamical factors, friction, heat transfer, turbulent boundary layer.

Интегральные соотношения импульсов и энергии для турбулентного пограничного слоя, подробно рассмотренные в [1, 2], могут быть использованы для получения расчетных зависимостей с целью определения конвективных тепловых потоков в камере сгорания дизельных двигателей. Однако они не позволяют однозначно определить зависимость коэффициентов трения и теплоотдачи от тепловых и гидродинамических факторов. Для решения этих задач необходимы дополнительные связи коэффициентов трения и теплоотдачи с параметрами, входящими в левые части соотношений импульсов и энергии. Эти связи устанавливаются в форме законов трения и теплообмена [3, 4].

Названные законы для турбулентного пограничного слоя могут быть получены путем обобщения опытных данных или с привлечением полуэмпирических теорий турбулентности [3]. Как было установлено В.М. Иевлевым [3], законы трения и теплообмена обладают свойствами консервативности по отношению к граничным условиям по поверхности теплообмена и на внешней границе пограничного слоя. Иначе говоря, для различных зависимостей  $w_\infty = f(x)$  и  $\Delta T = T_f - T_w = \varphi(x)$  законы трения и теплообмена в достаточно широком диапазоне изменения параметров остаются неизменными, а влияние этих зависимостей на коэффициенты трения и теплоотдачи учитываются при решении интегральных соотношений [3, 4].

Используя степенные законы распределения скоростей и температур по толщине турбулентного пограничного слоя и экспериментальные данные по теплоотдаче, С.С. Кутателадзе и А.И. Леонтьев получили законы трения и теплообмена для безнапорного обтекания плоской пластины в квазиизотермических условиях (слабая неизотермичность, при которой физические свойства теплоносителя считаются независимыми от температуры) [5, 6]:

$$C_{f_0} = A \text{Re}^{** - m}, \quad (1)$$

$$S_{t_0} = \frac{A}{2} \text{Re}^{**m} \text{Pr}^{-0,75} \tag{2}$$

В уравнениях (1) и (2) обозначения величин общепринятые в теории турбулентного пограничного слоя и дополнительно не расширяются.

Условия, при которых получены эти законы, называются стандартными, а величины коэффициента сопротивления трения  $C_f$  и числа Стентона  $St$  для стандартных условий обозначаются индексом 0.

Величины  $A$  и  $m$  зависят от показателя  $n$  в степенном законе распределения скоростей [6]. При  $n = 1/7$  ( $\text{Re}^{**} < 10^4$  и  $\text{Re}_\tau^{**} < 10^4$ )  $A = 0,0256$ ;  $m = 0,25$ .

При наличии сложных условий течения и теплообмена в [6] предложено использовать принцип суперпозиции, который хоть и не является строгим, но дает удовлетворительное согласие с экспериментом в некотором ограниченном диапазоне измерения режимных параметров. С учетом этого принципа указанные выше законы трения и теплообмена называются относительными законами и записываются в виде:

$$\left( \frac{C_f}{C_{f_0}} \right)_{\text{Re}^{**}} = \psi^* \tag{3}$$

$$\left( \frac{C_t}{C_{t_0}} \right)_{\text{Re}_\tau^{**}} = \psi_S \tag{4}$$

где  $\psi^* = \psi_T^* \psi_M^* \dots$ ;  $\psi_S = \psi_T \psi_M \dots$ ;  $\psi_T^*, \psi_M^*, \psi_T, \psi_M$  – относительные функции, отражающие влияние возмущающих факторов – неизотермичности, сжимаемости и др.

В [5, 6] показано, что в общем случае относительные законы трения и теплообмена можно представить следующим образом:

$$\psi^* = \left[ \frac{1}{Z} \int_{\omega_1}^1 \left( \frac{\rho \bar{\tau}_0}{\rho_\infty \bar{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} d\omega \right]^2 \tag{5}$$

где  $Z = \sqrt{\frac{C_{f_0}}{2}} \int_{\xi_1}^1 \sqrt{\frac{\bar{\tau}_0}{1-\beta}} \frac{d\xi}{L}$ ;  $\omega = w_x / w_\infty$  – безразмерная скорость на границе вязкого подслоя;  $\xi_1 = y_1 / \delta$  – безразмерная толщина вязкого подслоя.

$$\psi_S = \left( \frac{S_t}{S_{t_0}} \right)_{\text{Re}_\tau^{**}} = \left[ \frac{1}{Z_S} \int_{\theta_1}^1 \left( \frac{\rho \bar{q}_0}{\rho_\infty q \varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} d\theta \right]^2 \tag{6}$$

где  $Z_S = (S_{t_0})^{\frac{1}{2}} \int_{\xi_{\tau 1}}^1 \left( \frac{\bar{q}_0}{(1-\beta_T)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\xi_T}{L_Q}$ ;  $S_{t_0}$  – значение числа Стентона для случая обтекания непроницаемой пластины несжимаемым потоком с постоянными физическими свойствами,

найденными для значения числа  $Re^{**}$ , в рассматриваемом сечении при заданных условиях обтекания и теплообмена;  $\varepsilon = \varepsilon(\xi)$  – коэффициент неподобия температурного и скоростного полей, который в расчетах принимается, как правило, постоянным;  $\theta$  – безразмерная температура вязкого подслоя.

Анализ уравнений (5) и (6) показывает, что для получения в общем случае относительных законов трения и теплообмена в аналитической форме необходимо знать законы изменения величин:  $\xi_T, \omega_1, \theta_1, \xi_1, \bar{\tau}, \bar{\tau}_0, \rho/\rho_\infty, \beta, \beta_T, \bar{q}, q_0, L, L_q$  – что в настоящее время практически невозможно. Выбор же тех или иных допущений, используемых в ряде предложенных полуэмпирических методов, представляется недостаточно обоснованным [4–6]. Однако, как было показано в работах [5, 6], относительные законы трения и теплообмена в виде уравнений (5) и (6) перестают зависеть от эмпирических констант турбулентности в предельном случае стремления чисел  $Re^{**}$  и  $Re_T^{**}$  к бесконечности.

Физически существование предельных законов трения и теплообмена объясняется тем, что с увеличением числа  $Re$  толщины вязкого подслоя стремятся к нулю быстрее, чем толщина турбулентной части пограничного слоя.

Действительно, из уравнения логарифмического профиля скоростей

$$\varphi = 2,5 \ln \eta + 5,5 \quad (7)$$

следует, что при  $y = \delta$  и  $w_x = w_\infty$  [7]

$$v_0 \delta / \nu = 0,111 \exp \left[ \left( \frac{0,4}{C_{f_0}} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (8)$$

откуда, применив соотношение  $\varphi = \eta$ , можно получить

$$\xi_1 = \frac{y_1}{\delta} = \varphi_1 \left( \frac{\nu}{v_0 \delta} \right) = 104 \exp \left[ \left( -\frac{0,4}{C_{f_0}} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (9)$$

Как подробно показано в [7], при  $Re^{**} \rightarrow \infty, C_{f_0} \rightarrow 0, \xi_1 \rightarrow 0, \omega_1 \rightarrow 0, \beta \rightarrow 0$ .

Таким образом, при  $Re \rightarrow \infty$  имеем [7]

$$Z \rightarrow \sqrt{\frac{C_{f_0}}{2}} \int_0^1 \sqrt{\bar{\tau}_0} \frac{\delta}{L} d\xi. \quad (10)$$

Раскладывая функцию  $\Phi = Z \sqrt{C_{f_0}/2}$  в ряд по степеням возмущающего фактора и обозначая сумму членов от  $i = 2$  до  $i = \infty$  через  $\Delta\Phi$ , получим

$$Z = Z_0 + \Delta\Phi \sqrt{C_{f_0}/2}, \quad (11)$$

где  $Z_0 = L - \omega_0$ , что следует из уравнения (5) при записи его для случая изотермического трения ( $\rho = \rho_\infty, \bar{\tau} = \bar{\tau}_0$  и  $\psi = 1$ ).

При  $Re \rightarrow \infty, C_{f_0} \rightarrow 0, \omega_1 \rightarrow 0$ . Следовательно, если функция  $\Delta\Phi$  конечна, то  $Z_{Re \rightarrow \infty} \rightarrow 1$ . Аналогично можно показать, что  $Z_{SRe \rightarrow \infty} \rightarrow 1$ . Таким образом, при  $Re \rightarrow \infty$  уравнения (5) и (6) принимают вид так называемых предельных законов трения и теплообмена [7]:

$$\psi = \left[ \int_0^1 \left( \frac{\rho \bar{\tau}_0}{\rho_\infty \bar{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} d\omega \right]^2. \tag{12}$$

$$\psi_S = \left[ \int_0^1 \left( \frac{\rho \bar{q}_0}{\rho_\infty \bar{q} \varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} d\theta \right]^2. \tag{13}$$

Для того чтобы получить выражения предельных законов трения и теплообмена в аналитической форме, необходимо знать распределение величин  $\rho/\rho_\infty, \omega, \theta, \bar{\tau}, \bar{q}$  в турбулентном пограничном слое. При современном состоянии теории турбулентного пограничного слоя получить точные аналитические зависимости указанных величин не представляется возможным [4–6]. Однако, как показано в [7], вид этих зависимостей может быть получен на основании общего анализа турбулентных течений с точностью, достаточной для практических расчетов. Что касается распределений  $\bar{\tau}$  и  $\bar{q}$ , то они могут быть получены из анализа соответствующих граничных условий [6].

Следуя работе [7], оценим влияние некоторых факторов на относительный закон теплообмена. В частности, проследим влияние неизотермичности и сжимаемости. При  $Pr=1$  относительный закон теплообмена (6) принимает вид

$$\psi_S = \left[ \int_0^1 \left( \frac{\rho \bar{q}_0}{\rho_\infty \bar{q} \varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} d\theta \right]^2. \tag{14}$$

Согласно принятой в [6] аппроксимации распределение тепловых потоков поперек пограничного слоя не зависит от неизотермичности и сжимаемости. Тогда в уравнении (14) можно полагать [6]

$$\bar{q}_0 = \bar{q} = 1 - 3\xi_T^2 + 2\xi_T^3 + b_{1T}\theta(1 - \xi_T)^2, \tag{15}$$

где  $b_{1T} = \rho_w W_w / (St \rho_w W_\infty)$ ,  $\theta = (T_w - T) / (T_w - T_\infty)$ .

Как показано в [7], распределение плотности рабочего тела можно найти из следующего уравнения:

$$T/T_\infty = \psi - \Delta\psi \varepsilon \omega - (\psi^* - 1)\omega^2, \tag{16}$$

где  $\psi = T_w/T_\infty$  – температурный фактор;  $\psi^* = T_w^*/T_\infty = 1 + r \frac{k-1}{2} M^2$  – кинематический температурный фактор;  $\omega = W_x/W_\infty$  – скоростной фактор;  $M = W_\infty/a$  – число Маха;  $\Delta\psi = \psi - \psi^*$  – фактор теплообмена;  $\varepsilon$  – коэффициент неподобия полей температур и скоростей;  $r$  – коэффициент восстановления (для газов его величина близка к единице).

Считая, что газ идеален, а давление поперек пограничного слоя остается постоянным, получим

$$\rho / \rho_{\infty} = \psi + \Delta \psi + (\psi^* - 1) \omega^2. \quad (17)$$

Подставив в (14) соотношения (15), (17) и выполнив интегрирование, находим [7]

$$\psi_S = \frac{1}{(\psi^* - 1)} \frac{1}{Z_S} \left[ \begin{array}{l} \arcsin \frac{2(\psi^* - 1) + \Delta \psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta \psi) + (\Delta \psi)^2}} - \\ - \arcsin \frac{\Delta \psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta \psi) + (\Delta \psi)^2}} \end{array} \right]^2. \quad (18)$$

В силу принятого ранее допущения о подобии температурного и скоростного полей ( $Pr = 1$ ) имеет место аналогия Рейнольдса: законы сопротивления и теплообмена полностью совпадают, т.е. при  $Pr = 1$ ;  $\psi = \psi_S$ . Если число  $Pr \neq 1$ , то вместо уравнения (18) получим два различных решения: первое – для случая  $\delta_T > \delta$  и второе –  $\delta_T < \delta$ .

Полагая в (18)  $Z_S = 1$ , получаем предельный закон теплообмена в виде [7]

$$\psi_S = \frac{1}{(\psi^* - 1)} \left[ \begin{array}{l} \arcsin \frac{2(\psi^* - 1) + \Delta \psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta \psi) + (\Delta \psi)^2}} - \\ - \arcsin \frac{\Delta \psi}{\sqrt{4(\psi^* - 1)(\psi^* + \Delta \psi) + (\Delta \psi)^2}} \end{array} \right]^2. \quad (19)$$

Для области дозвукового течения рабочего тела  $\psi^* \rightarrow 1$  уравнение (19), как показано в [7], принимает вид:

$$\psi_S = \left[ \frac{2}{(\sqrt{\psi^*} + 1)} \right]^2. \quad (20)$$

Следует отметить, что впервые формула (20) была получена С.С. Кутателадзе [8] для случая течения газа по шероховатой трубе.

Формулу для сверхзвукового потока рабочего тела мы не приводим, так как ранее в [9] было показано, что в камере сгорания дизельного двигателя в период сгорания – расширения имеет место соотношение  $M \ll 1$ . Это дает возможность использовать зависимость (20) при математическом моделировании локального конвективного теплообмена в современных дизельных двигателях [10].

### Список литературы

1. Руднев, Б.И. Математическое моделирование теплообмена в камере сгорания дизельного двигателя с использованием интегральных соотношений турбулентного пограничного слоя / Б.И. Руднев, О.В. Повалихина // Современные тенденции развития перерабатывающих

комплексов пищевого оборудования и технологии пищевых производств: материалы Всерос. науч.-техн. конф. – Владивосток, 2011. – С. 112–117.

2. Руднев, Б.И. Расчет локальных конвективных тепловых потоков в камере сгорания дизельного двигателя с использованием теории турбулентного пограничного слоя / Б.И. Руднев, О.В. Повалихина // *Материалы 58-й Всерос. науч. конф. Т. 3. Фундаментальные и прикладные вопросы естествознания.* – Владивосток: ТОВВМУ им. С.О. Макарова, 2015. – С. 226–230.

3. Иевлев, В.М. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред / В.М. Иевлев. – М.: Наука, 1975. – 256 с.

4. Васильев, А.П. Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей: в 2 кн. / А.П. Васильев, В.М. Кудрявцев, В.А. Кузнецов и др. – М.: Высш. шк., 1993. – Кн. 2. – 368 с.

5. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.

6. Кутателадзе, С.С. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое / С.С. Кутателадзе, А.И. Леонтьев. – М.: Наука, 1985. – 319 с.

7. Исаев, С.А. Теория тепломассообмена / С.А. Исаев, И.А. Кожинов, В.И. Кофанов и др. – М.: Высш. шк., 1979. – 495 с.

8. Кутателадзе, С.С. Пристенная турбулентность / С.С. Кутателадзе. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1973. – 224 с.

9. Руднев, Б.И. Процессы локального теплообмена в камере сгорания дизелей / Б.И. Руднев. – Владивосток: Дальнаука, 2000. – 221 с.

10. Руднев, Б.И. Математическая модель радиационного теплообмена в камере сгорания дизельного двигателя / Б.И. Руднев, О.В. Повалихина // *Materials of the European Science and Education: 9<sup>th</sup> International research and practice conference, Munich, Germany.* – 2016. – Vol. 1. – P. 112–115.

**Сведения об авторах:** Руднев Борис Иванович, доктор технических наук, профессор; Повалихина Ольга Владимировна, доцент, e-mail: rovalichina@mail.ru.