
ПРОМЫШЛЕННОЕ РЫБОЛОВСТВО. АКУСТИКА

УДК 534.231.1

С.М. Балабаев, Н.Ф. Ивина

Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет,
690087, г. Владивосток, ул. Луговая, 52б

РАСЧЕТ АКУСТИЧЕСКИХ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН ЖИДКОГО НЕОДНОРОДНОГО ВОЛНОВОДА

Рассчитаны частотные зависимости (дисперсионные кривые) фазовой и групповой скоростей нормальных волн для жидкого неоднородного волновода с жидким и твердым дном для заданных гидрологий.

Ключевые слова: нормальные волны, неоднородный волновод, дисперсионные кривые.

S.M. Balabaev, N.F. Ivina

CALCULATION OF ACOUSTIC NORMAL WAVES OF LIQUID INHOMOGENEOUS WAVEGUIDE

Frequency dependences (dispersion curves) of phase and group velocities of normal waves for inhomogeneous waveguide with liquid and solid bottom for specified hydrology are calculated.

Key words: normal waves, inhomogeneous waveguide, dispersion curves.

При работе любых гидроакустических систем (определение дальности, глубины, осуществление связи между объектами, поиск рыбных косяков и т.п.) принятая информация обрабатывается в предположении, что вода является бесконечной, т.е. что в ней распространяется только продольная волна с постоянной скоростью. Но из-за отражений волны от морского дна и границы с воздухом ситуация принципиально меняется. В такой системе (гидроакустическом волноводе) существуют нормальные волны (моды). Классические задачи анализа волноводов рассмотрены в известных монографиях [1, 2].

Кроме того, морская вода не является однородной и скорость звука в море зависит от многих факторов: солености, температуры, глубины. Зависимость скорости звука от глубины может быть различной, это может привести к появлению подводного звукового канала, в котором наблюдается аномальное, сверхдальнее распространение звука. Учесть зависимость скорости от глубины в диапазоне высоких частот позволяет приближение лучевой акустики, но его нельзя использовать в диапазоне низких частот, т.е. для акваторий небольшой (по сравнению с длиной волны) глубины. Поэтому в статье с помощью волновых методов оценено влияние неоднородности среды на волновой процесс. Рассчитаны дисперсионные зависимости нормированных фазовой и групповой скоростей для неоднородного волновода, лежащего на жидком и твердом полупространстве. Жидкому полупространству приближенно соответствует морское дно из осадочных пород, а твердому – скальный грунт.

Рассмотрим жидкий неоднородный волновод, скорость звука в котором является функцией глубины (координаты z): $c = c(z)$. Верхняя граница волновода ($z = h$) свободна; на нижней границе ($z = 0$) заданы импедансные условия. Задача сводится к интегрированию дифференциального уравнения [2]

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + (k^2(z) - \lambda) \varphi = 0, \quad (1)$$

где φ – скалярный потенциал смещения; λ – собственные значения; $k(z) = \omega / c(z)$ – волновой вектор в волноводе при соответствующих граничных условиях. Например, для жидкого дна

$$\varphi = 0 \text{ при } z = h,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\rho}{\rho_0} \sqrt{\lambda - k_0^2} \varphi = 0 \text{ при } z = 0,$$

где ρ – плотность воды; ρ_0 – плотность грунта; $k_0 = \omega / c_l$ – волновой вектор дна.

Численные расчеты выполнены для двух зависимостей скорости звука от глубины: гидрологий 1 и 2 (табл. 1 и 2).

Таблица 1

Гидрология 1

Table 1

Hydrology 1

z , м	0	10	20	30	40	50	60
c , м/с	1493	1490	1478	1464	1460	1455	1452
z , м	70	80	90	100	160	200	300
c , м/с	1450	1448	1446	1446	1445	1445	1445

Таблица 2

Гидрология 2

Table 2

Hydrology 2

z , м	0	10	20	30	40	50	60
c , м/с	1475	1476	1477	1475	1470	1466	1463
z , м	70	80	90	100	160	200	300
c , м/с	1462	1461	1461	1460	1457	1450	1450

Для численного интегрирования дифференциального уравнения (1) использован метод Нумерова, который является значительно более эффективным, чем известный метод Рунге-Кутты. Кратко рассмотрим основные положения метода Нумерова, основываясь на монографии [2].

Введем одномерную сетку с шагом h и определим на множестве точек $z_\nu = h\nu$ следующие функции:

$$f_\nu = k^2(z_\nu) - \lambda, \quad u_\nu = u(z_\nu, \lambda), \quad \nu = 1, 2, \dots, N-1, \quad hN = l.$$

Пусть z – какая-нибудь текущая точка сетки. Разложим в окрестности этой точки в степенные ряды такие функции

$$u(z+h) = \sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)}(z) \frac{h^n}{n!}, \quad (2)$$

$$u(z-h) = \sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)}(z) \frac{(-h)^n}{n!}. \quad (3)$$

Складывая и дифференцируя дважды ряды (2) и (3), получим

$$\frac{1}{2}[u(z+h) + u(z-h)] = u(z) + \sum_{n=1}^{\infty} u^{(2n)}(z) \frac{h^{2n}}{(2n)!}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}[u''(z+h) + u''(z-h)] = u''(z) + \sum_{n=1}^{\infty} u^{(2n+2)}(z) \frac{h^{2n}}{(2n)!}. \quad (5)$$

Так как функции $u(z)$, $u(z+h)$, $u(z-h)$ удовлетворяют уравнению (1), то их вторые производные можно заменить соответствующими выражениями:

$$u''(z) = -f(z, \lambda)u(z),$$

$$u''(z+h) = -f(z+h, \lambda)u(z+h), \quad u''(z-h) = -f(z-h, \lambda)u(z-h). \quad (6)$$

Тогда, умножая обе части равенства (5) на величину $1/12h^2$ и затем подставляя их в равенство (6), вычитаем полученный таким образом результат из выражения (4) и окончательно приходим к такому разностному аналогу уравнения (1):

$$\left(1 + \frac{h^2}{12} f_{v+1}\right) u_{v+1} + \left(1 + \frac{h^2}{12} f_{v-1}\right) u_{v-1} = \left(2 - \frac{5}{6} h^2 f_v\right) u_v + O\left[\frac{h^6}{480} u^{(6)}(z)\right]. \quad (7)$$

Как видно из формулы (7), в методе Нумерова ошибка аппроксимации, возникающая при замене дифференциального уравнения разностным, имеет уже порядок $O(h^6)$. Таким образом, этот метод дает более высокую точность интегрирования, чем метод Рунге-Кутты.

Компьютерная программа позволяет при заданной гидрологии и частоте определить набор собственных чисел; изменяя частоту, определить зависимость собственных чисел от частоты. Программа состоит из основной программы и шести подпрограмм.

Подпрограмма ZEROS с заданной точностью $EPSZ = 10^{-8}$ определяет корни – нули модуля комплексной функции комплексного аргумента.

Подпрограмма AUTNU интегрирует дифференциальное уравнение второго порядка методом Нумерова с заданной точностью $EPSN = 10^{-4}$; EPSO – точность выхода на заданную координату, $EPSO = 10^{-6}$.

Подпрограмма E(S) вычисляет модуль давления на поверхности волновода при заданном значении волнового числа S. Собственные значения, которые нужно определить, обращают функцию $E(\lambda_n)$ в нуль.

Подпрограмма F(X) вычисляет коэффициент в дифференциальном уравнении второго порядка.

Подпрограмма INVAL определяет начальные точки для интегрирования дифференциального уравнения.

Подпрограмма RK4 определяет давление и производную давления во второй точке, что необходимо для метода Нумерова.

Исходные данные:

NEF – число собственных чисел, которые нужно вычислить, NEF = 20, фактически по условию затухания может вычисляться меньше.

NO – число точек аппроксимации скорости звука, NO = 10.

STEPO – начальный шаг интегрирования методом Нумерова, STEPO = 10^{-3} .

AO – масштабный множитель, AO = 10^{-4} .

D1, D2 – начальный шаг поиска корней по действительной и мнимой координате соответственно, D1 = D2 = 0,02. Возможно изменение шага при изменении частоты.

H – глубина волновода, H = 100 м или H = 300 м.

M – отношение плотности грунта к плотности воды, M = 1,6.

LO – константа, LO = $3 \cdot 10^6$.

FGC – начальная частота в Гц, FGC = 1 Гц.

FF2 – шаг по частоте, FF2 = 1 Гц.

KFG – число точек по частоте, KFG = 45.

C2 – скорость звука в грунте.

AZ – массив координат.

AN – массив значений скорости звука в соответствующих координатах.

Расчеты нормированной фазовой скорости выполнены для обеих гидрологий для следующих вариантов:

1. Неоднородный волновод с жидким дном, глубина 100 м: $c_l / c_o = 2$; $c_t / c_o = 1,43$; $c_l / c_o = 1,11$.

2. Неоднородный волновод с жидким дном, глубина 300 м: $c_l / c_o = 2$; $c_t / c_o = 1,43$; $c_l / c_o = 1,11$.

3. Неоднородный волновод с твердым дном, глубина 100 м: $c_l / c_o = 5$, $c_t / c_o = 2,94$.

4. Неоднородный волновод с твердым дном, глубина 300 м: $c_l / c_o = 5$, $c_t / c_o = 2,94$.

Расчеты нормированной групповой скорости выполнены для гидрологии 1 для глубины 100 и 300 м для следующих вариантов:

1. Неоднородный волновод с жидким дном, $c_l / c_o = 2$.

2. Неоднородный волновод с твердым дном, $c_l / c_o = 5$, $c_t / c_o = 2,94$.

Некоторые типичные графики зависимостей от частоты нормированных фазовой и групповой скоростей (дисперсионные кривые; гидрология 1, $h = 100$ м, $c_l / c_o = 2$, скорости нормируются на $c_o = 1500$ м/с) представлены на рис. 1 и 2; номера мод обозначены цифрами. По второй оси отложен безразмерный аргумент kh – произведение волнового числа на глубину волновода. Групповая скорость вычислялась численным дифференцированием по формуле

$$c_g = c_\phi / \left(1 - \frac{f}{c_\phi} \frac{dc_\phi}{df} \right).$$

В заключение отметим, что последние достижения в акустике слоистых сред с учетом обобщенных волн изложены в монографиях [3, 4].

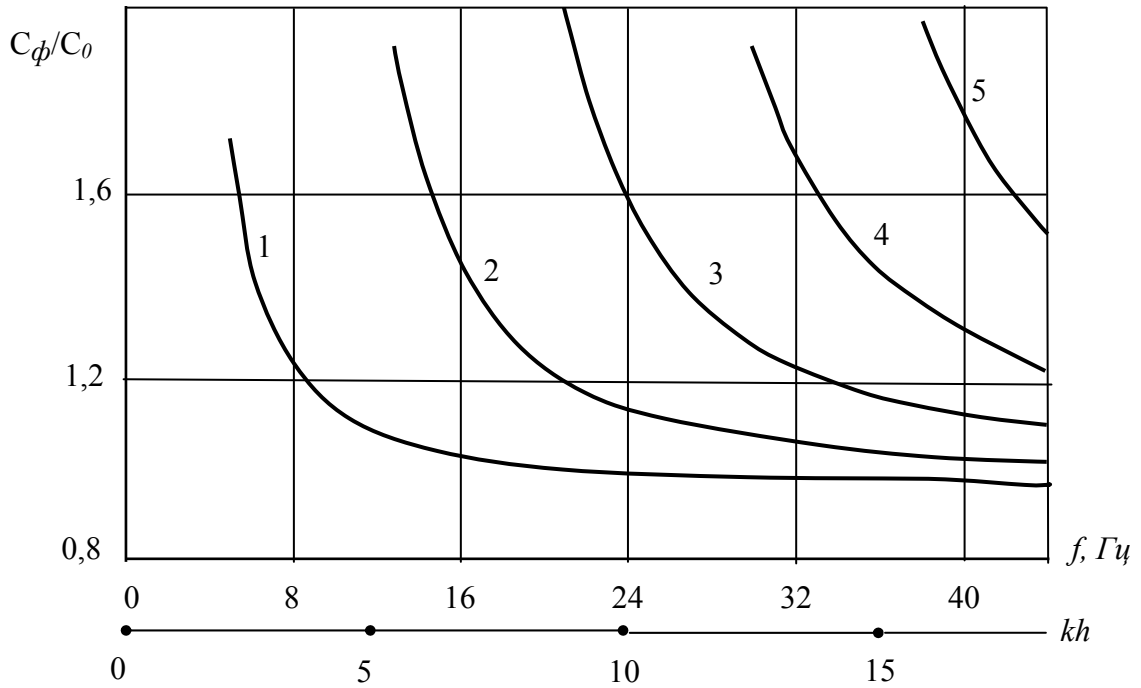


Рис. 1. Дисперсионные кривые фазовой скорости
 Fig. 1. The dispersion curves of phase velocity

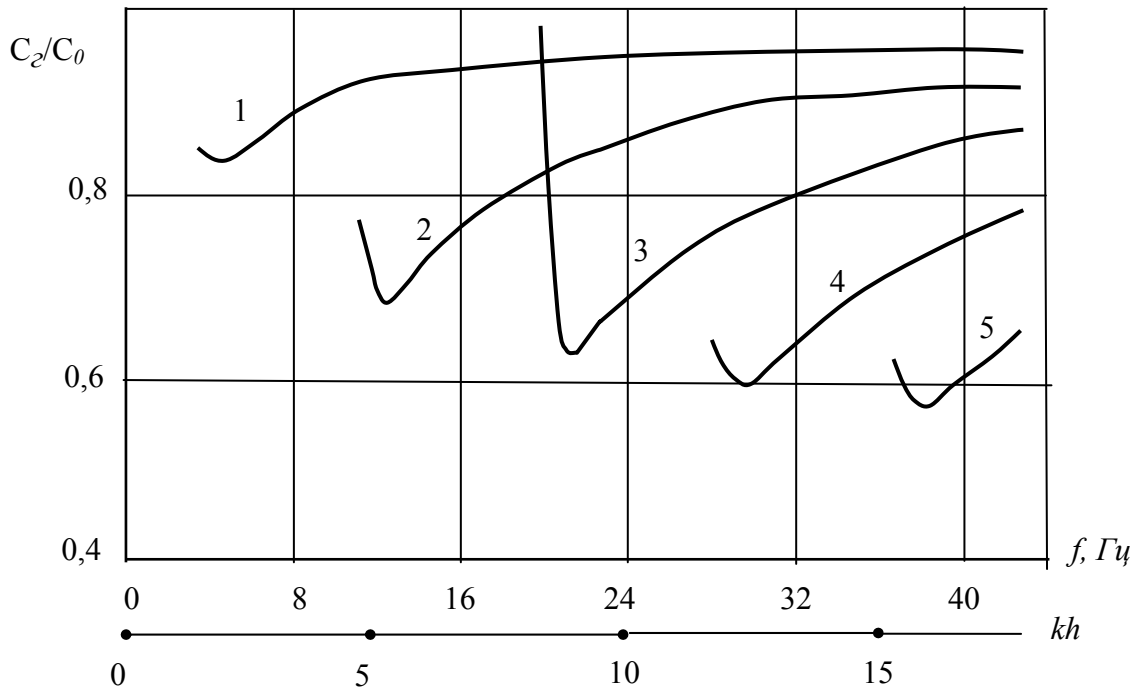


Рис. 2. Дисперсионные кривые групповой скорости
 Fig. 2. The dispersion curves of group velocity

Список литературы

1. Бреховских, Л.М. Волны в слоистых средах / Л.М. Бреховских. – М.: Наука, 1973. – 344 с.
2. Завадский, В.Ю. Вычисление волновых полей в открытых областях и волноводах / В.Ю. Завадский. – М.: Наука, 1972. – 558 с.
3. Касаткин, Б.А. Некорректные задачи и обобщенные волны в акустике слоистых сред / Б.А. Касаткин, Н.В. Злобина. – Владивосток: Дальнаука, 2005. – 406 с.
4. Касаткин, Б.А. Корректная постановка граничных задач в акустике слоистых сред / Б.А. Касаткин, Н.В. Злобина. – М.: Наука, 2009. – 496 с.

Сведения об авторах: Балабаев Сергей Михайлович,
доктор физико-математических наук, профессор;
Ивина Наталья Федоровна, доктор технических наук, доцент.