

УДК 637 : 664

С.П. Григорьева, Л.К. Юрченко, И.В. ПищулинаДальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет,
690087, г. Владивосток, ул. Луговая, 52б**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКОГО И БАРАБАННОГО СИТА
С ЧАСТИЦЕЙ КЛАССИФИЦИРУЕМОГО ПРОДУКТА**

Произведено механико-математическое моделирование работы плоского и барабанного сита с частицей классифицируемого продукта по единой методике, т.е. с помощью уравнений Лагранжа II рода для механических систем с двумя степенями свободы. Полученные решения уравнений позволяют определить линейные и угловые ускорения тел и точек механической системы.

Ключевые слова: барабанное сито, плоское сито, механико-математическое моделирование, уравнения Лагранжа, обобщенная координата, обобщенная сила, угловое ускорение.

**S.P. Grigoreva, L.K. Iurchenko, I.V. Pishchulina
THE MECHANICS-MATHEMATICAL MODELLING
OF THE MOVEMENT OF THE FLAT AND THE DRUM SIEVE
WITH THE PARTICLE OF THE CLASSIFIED PRODUCT**

The mechanics-mathematical modeling of operation of a flat and the drum sieve with a particle of the classified product by a uniform technique was done: by means of Lagrange's equations of the II type for mechanical systems with two degrees of freedom. The received solutions of the equations allow to define linear and angular accelerations of bodies and points of mechanical system.

Key words: a drum sieve, a flat sieve, mechanics-mathematical modeling, Lagrange's equations, the generalized coordinate, the generalized force, angular acceleration.

Сита являются основными механизмами, используемыми в различных превращениях сырья в продукты потребления. Они используются в пищевой промышленности для очистки от примесей, сепарирования, сортирования сыпучих пищевых продуктов.

Способ разделения сыпучих материалов на классы или фракции с помощью сит широко применяется не только в пищевой промышленности, но и в других отраслях. Это промышленность строительных материалов, энергетическая, химическая, угольная, парфюмерная, фармацевтическая и т.д.

По принципу действия сита можно разделить на два вида – подвижные плоские и барабанные.

На рис. 1 показано плоское сито с частицей классифицируемого продукта. С точки зрения механики это механическая система «сито – материальная точка М». Плоское сито АВ длиной «b» имеет массу m_1 , подвешено на тягах $AO = BO_1 = \ell$. Будем считать эти тяги невесомыми. Сито наклонено под углом α к горизонту. Частица сырья – материальная точка М – имеет массу m_2 .

На механическую систему действуют задаваемые силы:

$m_1 \vec{g}$ – вес сита;

$m_2 \vec{g}$ – вес материальной частицы;

$\vec{F}_{тр}$ – сила трения частицы;

M_{ep} – вращающий момент двигателя.

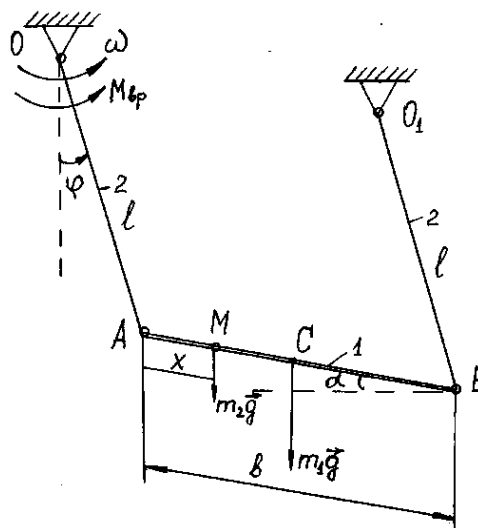
Механическая система имеет две степени свободы, поэтому ее положение определяется двумя обобщенными координатами. За обобщенные координаты примем:

x – смещение точки М вдоль сита из положения А;

φ – угол поворота тяги ОА, отсчитываемый от вертикали.

На рис. 1 показано положение механической системы при положительных обобщенных координатах.

Рис. 1. Механическая система «сито – материальная точка»: 1 – плоское сито АВ; 2 – тяга ОА = О₁В, на которой подвешено сито; точка М – частица классифицируемого продукта
 Fig. 1. Mechanical system «a sieve – a material point»: 1 – flat sieve of АВ; 2 – draft of ОА = О₁В on which the sieve is suspended; М point – a particle of the classified product



Уравнения Лагранжа II рода для механической системы «сито – материальная точка М» имеют вид

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi, \end{cases} \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия механической системы; $V_r = \dot{x}$ – относительная скорость точки М; $\omega = \dot{\varphi}$ – угловая скорость тяги; Q_x и Q_φ – обобщенные силы.

Рассматривая движение точки М как сложное, определим кинетическую энергию системы:

$$T = \frac{m_2}{2} \dot{x}^2 + \left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} \right) \ell^2 \dot{\varphi}^2 + m_2 \dot{x} \dot{\varphi} \ell \cos(\alpha + \varphi).$$

Обобщенные силы системы:

$$Q_x = m_2 g (\sin \alpha - f \cos \alpha),$$

$$Q_\varphi = M_{ep} - m_2 g (\ell \sin \varphi + x \cos \alpha + f \ell \cos(\alpha + \varphi) \cos \alpha) - m_1 g \left(\ell \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \alpha \right).$$

Общее аналитическое решение системы уравнений (1) имеет вид

$$a_r = \ddot{x} = g(\sin \alpha - f \cos \alpha) + \ell \omega^2 \sin(\alpha + \varphi) - \ell \dot{\omega} \cos(\alpha + \varphi), \quad (2)$$

$$(m_1 + m_2) \dot{\omega}^2 \ell^2 = M_{ep} - m_2 \ell \ddot{x} \cos(\alpha + \varphi) - m_2 g(\ell \sin \varphi + x \cos \alpha + f \ell \cos(\alpha + \varphi) \cos \alpha) - m_1 g(\ell \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \alpha). \quad (3)$$

При $m_2 = 0$, $\sin \varphi \approx \varphi$, $t = 0$, $\varphi_0 = 0$, $\dot{\varphi} = \omega_0$

$$\varphi = \left(\frac{M_{ep}}{m_1 \ell g} - \frac{b \cos \alpha}{2 \ell} \right) (1 - \cos kt) + \frac{\omega_0}{k} \sin kt, \quad (4)$$

$$\omega = \dot{\varphi} = \left(\frac{M_{ep}}{m_1 g} - \frac{b \cos \alpha}{2} \right) \frac{k}{\ell},$$

где $k^2 = \frac{g}{\ell}. \quad (5)$

Уравнение (2) дает нам выражение относительного ускорения точки М при ее движении по сити. Уравнение (4) есть значение угловой скорости вращения тяги вокруг оси О, перпендикулярной плоскости чертежа при отсутствии классифицируемого продукта на сите и когда $\sin \varphi \approx \varphi$. Уравнение (5) дает значение угловой скорости тяги при тех же условиях.

Уравнения (1), (2), (3), (4), (5) являются механико-математической моделью движения плоского сита с классифицируемым продуктом и без него.

На рис. 2 изображено вращающееся барабанное сито цилиндрической формы с частицей классифицируемого продукта. Барабанное сито радиусом R и массой m_1 подвешено на горизонтальной оси О, перпендикулярной плоскости чертежа, частица сырья имеет массу m_2 . Назовем сито с частицей механической системой «сито – материальная точка».

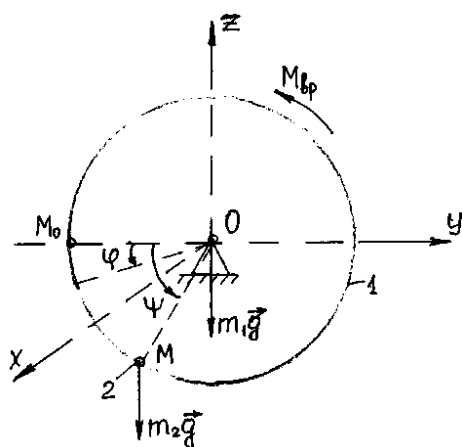


Рис. 2. Механическая система «сито – материальная точка»: 1 – барабанное сито; 2 – точка М – частица классифицируемого продукта
Fig. 2. Mechanical system «a sieve – a material point»: 1 – drum sieve; 2 – M point – a particle of the classified product

Задаваемые силы:

$m_1 \vec{g}$ – вес сита;

$m_2 \vec{g}$ – вес точки М;

M_{ep} – вращающий момент двигателя.

Так как механическая система имеет две степени свободы, то положение ее определяется двумя обобщенными координатами:

φ – угол отклонения барабана от горизонтали OM_0 ;

ψ – угол отклонения точки M от той же горизонтали OM_0 .

Уравнения Лагранжа II рода для данной механической системы запишутся:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \psi} = Q_{\psi}, \end{cases} \quad (6)$$

где T – кинетическая энергия системы; $\omega_e = \dot{\varphi}$ – угловая скорость барабана; $\omega_r = \dot{\psi}$ – угловая скорость движения точки M ; Q_{φ}, Q_{ψ} – обобщенные силы.

Движение точки M сложное. Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{R^2}{2} (m_1 \dot{\varphi}^2 + m_2 \dot{\psi}^2 + 2m_2 \dot{\varphi} \dot{\psi} + m_2 \dot{\varphi}^2).$$

Обобщенные силы:

$$\begin{aligned} Q_{\varphi} &= M_{ep} + m_2 g R \cos \psi, \\ Q_{\psi} &= m_2 g R \cos \psi. \end{aligned}$$

Общее аналитическое решение системы уравнений (6) имеет вид

$$\varepsilon_e = \ddot{\varphi} = \frac{M_{ep}}{m_1 R^2} - \text{угловое ускорение сита или угловое ускорение переносного движения}; \quad (7)$$

$$\ddot{\varphi} + \ddot{\psi} = \frac{g}{R} \cos \psi - \text{связь между угловыми ускорениями точки и сита};$$

$$\varepsilon_r = \ddot{\psi} = \frac{g \cos \psi}{R} - \frac{M_{ep}}{m_1 R^2} - \text{угловое ускорение точки или угловое ускорение относительного движения}. \quad (8)$$

Абсолютное угловое ускорение:

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_e = \frac{g}{R} \cos \psi. \quad (9)$$

При изменении угла ψ от 0° до 90° абсолютное ускорение изменяется от $\frac{g}{R}$ до нуля.

При изменении ψ от 90° до 180° угловое ускорение изменяется от 0 до $(-\frac{g}{R})$, т.е. направление его меняется на противоположное. Отсюда следует вывод, что рабочей частью барабана является его первая четверть при условии, что подача классифицируемого материала будет происходить в районе точки M_0 .

Уравнения (6), (7), (8), (9) являются механико-математической моделью движения барабанного сита с классифицируемым продуктом.

Выводы

Механико-математическое моделирование работы плоского и барабанного сита с частицей классифицируемого продукта объединено единой методикой. Оно произведено с помощью уравнений Лагранжа II рода для механической системы с двумя степенями свободы. Отличие состоит в выборе обобщенных координат.

Положение плоского сита с частицей определяется угловой координатой φ и линейной x . В случае барабанного сита используются две угловые координаты φ и ψ .

Представленная расчетная формула (2) может быть использована для определения относительного ускорения продукта при его движении по плоскому ситу. Формула (5) определяет угловую скорость тяги, на которой подвешено плоское сито, при отсутствии продукта на нем. Формулы (7), (8), (9) определяют угловые ускорения сита, точки М и абсолютное угловое ускорение точки М, движущейся по барабанному ситу. При этом формула (9) позволяет сделать важный вывод о том, что рабочей частью барабана является только его первая четверть. Чтобы увеличить рабочую часть барабана, нужно увеличить его длину, что не всегда выгодно.

Список литературы

1. Антипов С.Т., Кретов И.Т., Остриков А.Н. и др. Машины и аппараты пищевых производств: учебник для втузов: в 2 кн. / под ред. акад. В.А. Панфилова. – М.: Высш. шк., 2001. – Кн. 2. – 1383 с.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. – 13-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 416 с.
3. Григорьева С.П., Юрченко Л.К., Пищулина И.В. Уравнения Лагранжа II рода для плоского подвижного сита // Науч. тр. Дальрыбвтуза. – Владивосток, Дальрыбвтуз, 2011. – Т. 23. – С. 191–194.
4. Григорьева С.П. Теоретические исследования работы барабанного сита // Рыб. хоз-во. – 2013. – № 3. – С. 93–95.

Сведения об авторах: Григорьева Светлана Петровна, главный специалист ИЗО,
e-mail: spru_vl@lift.ru;
Юрченко Лилия Константиновна, доцент;
Пищулина Ирина Валентиновна, старший преподаватель, e-mail: stepka_53@mail.ru.