УДК 621.3

В.В. Кирюха, Ю.М. Горбенко, В.С. Яблокова
Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет,
690087, г. Владивосток, ул. Луговая, 52б

СПОСОБ КОРРЕКТИРОВКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Рассматриваются методы формирования системы уравнений решения задачи диагностики электрической цепи. Система уравнений решается методом наименьших квадратов.

***Ключевые слова**: метод наименьших квадратов.*

V.V. Kiryuha, U.M. Gorbenko, V.S. Yablokova

METHOD OF QUADRIPOLE DIAGNOSIS FEATURES BASED ON THE LEAST SQUARES METHOD

This paper deals with the system of equations forming methods. The system of equations is solved by the least square method.

***Key words**: the least square method.*

Оценка надежности электротехнического и радиотехнического оборудования в условиях дестабилизирующих факторов является одной из важнейших задач. Для ее осуществления необходимо располагать информацией о параметрах, значения которых могут быть определены при решении задачи диагностики электрической цепи (ДЭЦ) на основании результатов измерений, выполненных с погрешностью, и априорной информации. При такой постановке задача ДЭЦ сводится к решению переопределенной системы уравнений с ограничениями. Система ограничений формируется и по уравнениям отождествления [1].

При решении переопределенной системы уравнений по методу наименьших квадратов (МНК) не всегда обеспечивается выполнение всех ограничений, особенно, если для линеаризации компонентных уравнений используются априорная информация, заданная в виде широкого интервала возможных значений.

Для получения достоверного решения требуется управлять процессом вычисления, что можно обеспечить введением корректирующих коэффициентов, выбор которых представляет собой сложную задачу. Рассмотрим один из вариантов назначения корректирующих коэффициентов.

Сформируем систему уравнений таким образом, что элементы u_i, U_i компонентного уравнения ($u_i - \pi \cdot U_i = 0$), по отношению к которому применим корректирующий коэффициент λ, будут являться двумя первыми элементами вектора неисключаемых переменных $\mathbf{X}_1$.

С учетом указанных обстоятельств матрицы $\mathbf{A}_\lambda$ и $\mathbf{F}_\lambda$ уравнения $\mathbf{A}_\lambda \cdot \mathbf{X}_1 = \mathbf{F}_\lambda$ примут следующий вид:

$$\mathbf{A}_\lambda = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & 0 \\ \hline \mathbf{N_1} & \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_3 \\ \hline \end{array}\,, \quad \mathbf{F}_\lambda = \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \mathbf{F}^0 \\ \hline \end{array}\,,$$

где $\mathbf{N_1}$, $\mathbf{N}_2$ – векторы-столбцы матрицы $\mathbf{A}_\lambda$; $\mathbf{F}^0$ – подвектор вектора $\mathbf{F}_\lambda$ без первого нулевого элемента; $\mathbf{N}_3$ – соответствующая подматрица матрицы $\mathbf{A}_\lambda$.

Решение системы уравнений находится псевдообращением

$$\mathbf{X}_1 = (\mathbf{A}_\lambda^T \cdot A_\lambda)^{-1} \cdot \mathbf{A}_\lambda \cdot \mathbf{F}_\lambda =$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|}\hline \lambda^2 a_{11}^2 + \mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{N}_1 & \lambda^2 a_{11} a_{12} + \mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{N}_3 \\ \hline \lambda^2 a_{11} a_{12} + \mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{N}_1 & \lambda^2 a_{12}^2 + \mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{N}_3 \\ \hline \mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{N}_3 \\ \hline \end{array}^{\,-1} \cdot \begin{array}{|c|}\hline \mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{F}^0 \\ \hline \mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{F}^0 \\ \hline \mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{F}^0 \\ \hline \end{array}$$

С целью обращения матрицы $(\mathbf{A}_\lambda^T \cdot A)$ представим ее в виде

$$\mathbf{A}_\lambda^T \cdot \mathbf{A}_\lambda = \mathbf{W} + \overline{\mathbf{E}} \cdot \overline{\mathbf{E}}^T,$$

где $\mathbf{W}$ – квадратная симметричная матрица

$$\mathbf{W} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{N}_3 \\ \hline \mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{N}_3 \\ \hline \mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{N}_3 \\ \hline \end{array}\,,$$

$\overline{\mathbf{E}}^T$ – вектор-строка

$$\overline{\mathbf{E}}^T = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & 0 \\ \hline \end{array}\,.$$

Получим решение в виде

$$\mathbf{X}_1 = \left[\mathbf{W}^{-1} - \frac{\lambda^2}{\lambda^2 \theta_0 - 1} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T \right] \cdot \overline{\mathbf{F}},$$

где $\mathbf{M} = \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{E}$,

$\mathbf{E}^T =$	a_{11}	a_{12}	0

$$\theta_0 = \mathbf{E}^T \cdot \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{E},$$

$\overline{\mathbf{F}}^T =$	$(\mathbf{N}_1^T \cdot \mathbf{F}^0)^T$	$(\mathbf{N}_2^T \cdot \mathbf{F}^0)^T$	$(\mathbf{N}_3^T \cdot \mathbf{F}^0)^T$

Анализ полученного выражения позволяет сделать вывод о том, что коэффициент λ обеспечивает коррекцию решения непосредственно только одной какой-то переменной, например x_1. Все остальные переменные зависят линейно от x_1. Связь между x_1 и каждой из остальных $x_к$ можно записать в виде

$$x_к = c_к \cdot x_1 + в_к,$$

где $c_к = \theta''_к \ / \theta''_1$, $в_к = \theta'_к - \frac{\theta'_1 \cdot \theta''_к}{\theta''_1}$; θ'_1 и $\theta'_к$ – первый и к-й элементы матрицы столбца $\mathbf{W}^{-1} \cdot \overline{\mathbf{F}}$, соответственно; θ''_1 и $\theta''_к$ – первый и к-й элементы матрицы столбца $\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T \cdot \overline{\mathbf{F}}$, соответственно.

Пользуясь линейной связью x_1 с остальными $x_к$, можно найти границы $x_{1\alpha}^к$, $x_{1\beta}^к$ интервала $\nabla'_к = \left[x_{1\alpha}^к, x_{1\beta}^к \right]$, значений x_1, соответствующие верхней и нижней границам $x_к$.

Если

$$\nabla'_0 = \bigcap_{к=1}^{m} \nabla'_к \neq 0,$$

то для $\lambda^2 > 0$ и $\lambda^2 \neq \infty$ можно выбрать такое значение x_1, а следовательно, и λ, при котором каждая $x_к$ попадает в свой интервал $\left[x_{к\alpha}, x_{к\beta} \right]$.

Аналогично может быть определен интервал $\nabla''_к$, соответствующий априорной интервальной информации об оцениваемых параметрах.

Если определить интервалы $\nabla''_к$ для всех $\pi_к$ и найти пересечения

$$\nabla''_0 = \bigcap_{к=1}^{m} \nabla''_к,$$

и если ∇''_0 не пусто, то можно подобрать такое значение x_1, при котором выполнялись бы требования в отношении априорной информации.

В случае если

$$\nabla_0 = \nabla_0' \bigcap \nabla_0'' \neq 0\,,$$

то можно обеспечить выполнение всех заданных условий.

Выбор корректирующего коэффициента при требовании, чтобы x_1 оказалось в интервале $f_\alpha \le x_1^0 \le f_\beta$, определяется выражением

$$\lambda^2 = \frac{\theta_1' - x_1^0}{\theta_0 \cdot x_1^0 + \theta_1'' - \theta_0 \cdot \theta_1'}\,.$$

Таким образом, рассмотренный подход формирования системы уравнений и введения корректирующего коэффициента позволяет определить его значение для получения адекватного решения.

Список литературы

Горбенко Ю.М. Анализ технического состояния объектов по критерию наименьших квадратов // Проблемы развития и совершенствования методов проектирования, производства и эксплуатации радиоэлектронных приборов: тр. III Дальневост. науч.-техн. конф. НТО им. акад. А.Н. Крылова по судовой радиоэлектронике (Секция судовой радиоэлектроники и приборов). – Владивосток: ДВВИМУ, 1984.

Сведения об авторах: Кирюха Владимир Витальевич,
кандидат технических наук, доцент, e-mail: kiryuha@list.ru;
Горбенко Юрий Михайлович, кандидат технических наук, доцент,
e-mail: gorbenko.um@mail.ru;
Яблокова Виктория Сергеевна, кандидат технических наук, доцент,
e-mail: victoryapple@yandex.ru.