

УДК 531.2

Н.П. Кадочникова

Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет,
690087, г. Владивосток, ул. Луговая, 52б

ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА

Произведен расчет постоянной силы \bar{P} , приложенной к колесу, под действием которой колесо катится без скольжения в нужном направлении, и рассмотрен момент, когда колесо находится на грани срыва.

Ключевые слова: колесо, движение, качение без скольжения, сила сцепления.

N.P. Kadochnikova

DYNAMIC STUDY OF THE MOTION OF A BODY

In this article the computation of force \bar{P} has been worked out. Under the action of force applied at the wheel it slides in a proper direction. The moment, when the wheel is nearly at upset is considered in the article.

Key words: wheel, motion, rocking without sliding, force of grip.

Введение

Для оснастки трала применяются колеса, которые крепят трос к тралу и помогают мешку трала спуститься или зайти на наклонный слип. Особенно важно использование колес при донном тралении, что помогает защитить трал от зацепов и разрывов. Исследование движения колеса помогает использовать их как при опускании мешка трала по наклонному слипу, так и при подъеме на слип.

Очень важно качение колеса без скольжения, в противном случае происходит износ поверхности колеса, что нежелательно.

Объекты и методы исследования

Проводится исследование движения колеса массой m , движущегося по наклонной плоскости под действием постоянной силы \bar{P} .

Определить значение постоянной силы \bar{P} , под действием которой качение без скольжения колеса носит граничный характер, т.е. сцепление колеса с основанием находится на грани срыва.

Найти также для этого случая уравнение движения центра масс колеса, если $X_{co} = 0$, $V_{co} = 0$.

Приняты следующие обозначения: R, r – радиусы большой и малой окружностей; i_c – радиус инерции колеса относительно центральной оси, перпендикулярной его плоскости; f_{cu} – коэффициент сцепления (коэффициент трения покоя); δ – коэффициент трения качения.

Дано: $m = 200$ кг; $R = 60$ см; $r = 10$ см; $i_c = 50$ см; $\alpha = 15^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $f_{cu} = 0,10$; $\delta = 0$.

Определить: силу P методами теоретической механики, используя дифференциальные уравнения плоского движения и проанализировать движение колеса.

На колесо действуют силы: $\bar{G} = m\bar{g}$ – сила тяжести колеса; (\bar{N}, \bar{F}_{cu}) – реакция шероховатой поверхности; $\bar{N} \perp$ поверхности – нормальная реакция; \bar{F}_{cu} – сила сцепления; \bar{P} – заданная сила.

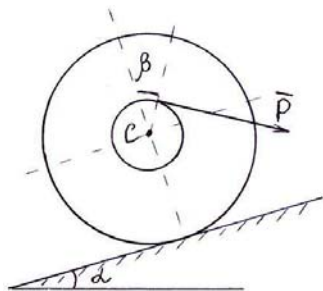


Рис. 1. Колесо
Fig. 1. Wheel

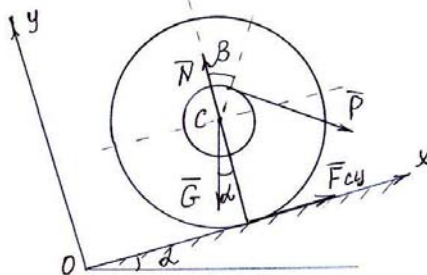


Рис. 2. Действующие силы
Fig. 2. Active forces

Силу \bar{F}_{cy} направим условно в сторону положительного направления оси x .

Дифференциальные уравнения плоского движения колеса имеют вид

$$m\ddot{x}_c = \sum F_{kx}^e; \quad m\ddot{y}_c = \sum F_{ky}^e; \quad J_c\ddot{\varphi} = \sum M_c(\bar{F}_k^e),$$

в данном случае

$$m\ddot{x}_c = P \cos \beta - G \sin \alpha + F_{cy}; \tag{1}$$

$$m\ddot{y}_c = N - G \cos \alpha - P \sin \beta; \tag{2}$$

$$J_c\ddot{\varphi} = Pr - F_{cy}R. \tag{3}$$

Положительное направление отсчета угла поворота колеса принято направление по часовой стрелке, что соответствует движению центра колеса в положительном направлении оси x .

В соответствии с этим направление по часовой стрелке принято положительным при определении знаков моментов внешних сил в уравнении (3).

Добавим уравнения связей:

$$Y_c = R = const; \tag{4}$$

$$\omega = \dot{\varphi} = \frac{V_c}{R} = \frac{\dot{X}_c}{R}. \tag{5}$$

Уравнение (5), связывающее угловую скорость колеса ω со скоростью центра V_c , выражает условие качения колеса без скольжения.

Дифференцируя (4) и (5) по времени, получим

$$\dot{y}_c = 0; \tag{6}$$

$$\ddot{\varphi} = \ddot{X}_c / R. \tag{7}$$

Подставляя (6) и (7) в (2) и (3) и учитывая, что $G = mg$, $J_c = mi_c^2$,

$$N = P \sin \beta + mg \cos \alpha.$$

Уравнения (1), (3) примут вид

$$m\ddot{x}_c = P \cos \beta - G \sin \alpha + F_{cy};$$

$$mi_c^2 \ddot{x}_c / R = Pr - F_{cy} R.$$

Исключая \ddot{x}_c из уравнений, находим F_{cy} :

$$I_c^2 (P \cos \beta - G \sin \alpha + F_{cy}) = R(Pr - F_{cy} R);$$

$$F_{cy} (i_c^2 + R^2) = RPr - i_c^2 P \cos \beta + i_c^2 mg \sin \alpha;$$

$$F_{cy} = [P(Rr - i_c^2 \cos \beta) + i_c^2 mg \sin \alpha] / (R^2 + i_c^2),$$

или с учетом исходных данных

$$F_{cy} = -0,25P + 208. \quad (8)$$

$F_{cy} = 0$. $P_o = 809H$ – график пересекает ось P в точке P_o (рис. 3).

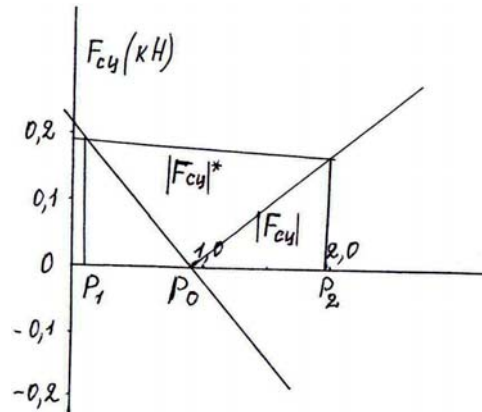


Рис. 3. График зависимости F_{cy} и P
Fig. 3. Graph F_{cy} и P

Результаты и их обсуждение

Построен график зависимости F_{cy} от P и \ddot{X} от P .

Из графика (рис. 3) следует:

при $0 \leq P \leq P_o$ $F_{cy} > 0$ – сила сцепления направлена в положительном направлении оси x ;

при $P > P_o$ $F_{cy} < 0$ – сила сцепления направлена в противоположную сторону.

Модуль силы сцепления, обеспечивающий качение колеса без скольжения, подчинен следующему ограничению:

$$|F_{cy}| \leq f_{cy} \cdot N;$$

$$|F_{cy}|^* = f_{cy} \cdot N = (P \sin \beta + mg \cos \alpha) f_{cy} = 0,05P + 190;$$

$$|F_{cy}| \leq 0,05P + 190;$$

$$F_{cy} = f_{cy} N, \quad -F_{cy} = f_{cy} N;$$

$$-0,257P + 208 = 0,05P + 190. \quad 0,257P - 208 = 0,05P + 190.$$

В результате вычислений получим

$$P_1 = 58,6 \text{ Н}; \quad P_2 = 1923 \text{ Н}.$$

Дифференциальное уравнение движения центра колес после исключения $F_{си}$ из (1) и (3) примет вид

$$\ddot{X}_c = R[P(R \cos \beta + r) - mg \sin \alpha R] / [m(R^2 + i_c^2)],$$

или с учетом данных

$$\ddot{X}_c = 0,003P - 1,498. \tag{9}$$

$$\ddot{X}_c = 0 \text{ при } P = 492 \text{ Н}.$$

При $P = P_1$ имеем $\ddot{X}_c = -1,32 \text{ м/с}^2$ (рис. 4).

Дважды интегрируя дифференциальное уравнение с учетом начальных условий, получим $X_c = -0,66t^2$; колесо катится вниз по наклонной плоскости.

При $P = P_2$, $\ddot{X}_c = 4,36 \text{ м/с}^2$ (рис. 4), $X_c = 2,18t^2$.

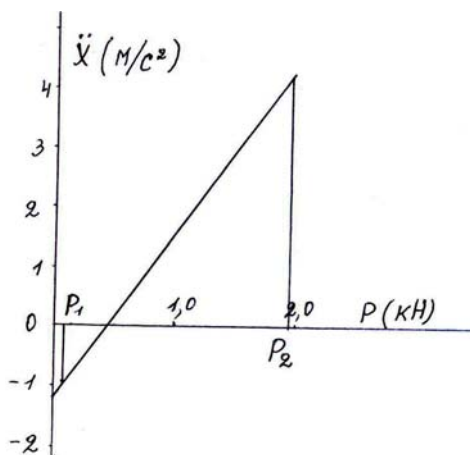


Рис. 4. График зависимости \ddot{X} и P
Fig. 4. Graph \ddot{X} и P

Выводы

Исследования движения колеса показывают, что при $P = P_2$ колесо катится в сторону положительного направления оси x . Движение колеса происходит в нужном направлении только при определенных значениях силы P , варьируя значения силы P , можно заставить двигаться колесо в том или ином направлении.

При подъеме или опускании трала по наклонному слипу применяются колеса, которые крепят трос к тралу и помогают мешку трала зайти на слип. При донном тралении идут по грунту колеса и предохраняют трал от зацепа и разрыва.

Список литературы

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 2003. – 416 с.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / под ред. А.А. Яблонского. – 4-е изд. – М.: Высш. шк., 1985. – 386 с.

Сведения об авторе: Кадочникова Нина Павловна, доцент, e-mail: vrt@mail.ru.