

УДК 639.2.081.117

А.А. Недоступ, А.О. РажевКалининградский государственный технический университет,
236000, г. Калининград, Советский проспект, 1**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПЛАВНОЙ СЕТИ**

Приводится методика расчета плавной сети с прямолинейными верхней и нижней подборами, находящимися перпендикулярно потоку воды.

Ключевые слова: плавная сеть, уравнения, динамика.

A.A. Nedostup, A.O. Razhev**MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC PROCESSES DRIFTING NET**

The article provides a method of calculating a drifting net with headline and leadline, located perpendicular to the flow of water.

Keywords: drifting net, equations, dynamic.

Введение

Плавная сеть представляет собой объецаивающее орудие внутреннего и прибрежного рыболовства. Различают три способа эксплуатации сетей: плав по поверхности, плав «в полводы», или разноглубинный, и плав донный [1-5]. Конструкция плавной сети состоит из сетной оболочки, посадочных нитей, верхней, нижней и боковых подбор, оснастки верхней подборы (плава), оснастки нижней подборы (загрузки), угловых огонов сети, оттяжек, поводцов и вешек (рис. 1).

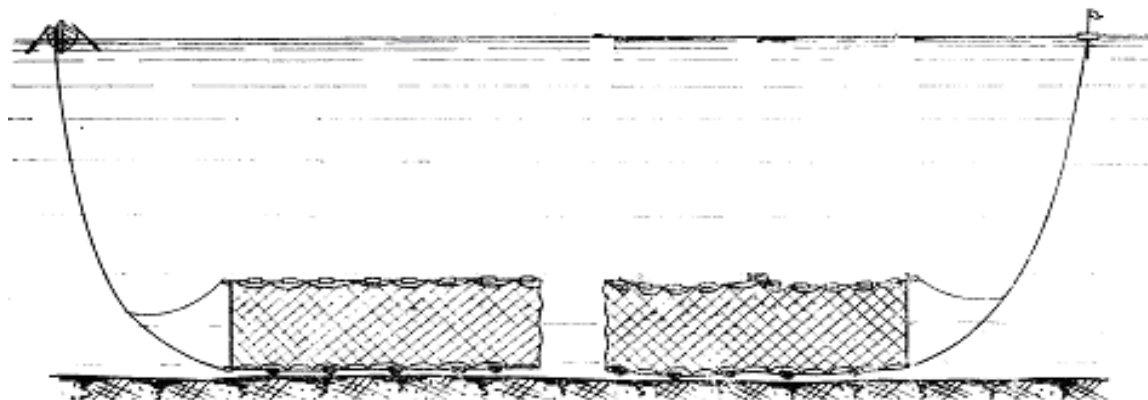


Рис. 1. Донная плавная сеть
Fig. 1. Drifting net

В процессе раскрытия и сплава сети рассчитываются соответствующие гидродинамические и гидростатические силы, действующие на различные элементы, определяется скорость различных элементов и их перемещение. Необходимо рассчитать параметры сети так, чтобы при различных скоростях течения ее форма в плане удовлетворяла условиям промысла, т.е. имела уловистость.

В данной статье предлагается математическая модель плавной одностенной сети, позволяющая по заданной конструкции и параметрам материала сети и внешней среды определить ее силовые и пространственно-временные характеристики.

Объекты и методы исследований

Рассмотрим метод моделирования поведения плавной сети с прямолинейными верхней и нижней подборами, находящейся в потоке воды с изменяющейся во времени скоростью течения. На верхней подборе сети расположены плавы, нижняя подбора подгружена. Сетная оболочка прикреплена поводцами за угловые огоны верхней и нижней подбор к оттяжкам вешек. Каждая оттяжка прикреплена к вешке. Рассмотрим участок сети между двумя вешками.

Пусть поток воды направлен параллельно поверхности воды, перпендикулярно горизонтальным подборам. При таких условиях расчет можно проводить в плоскости, перпендикулярной подборам ОХУ, т.е. в двухмерном пространстве. В плоскости ОХУ сетная оболочка представляет собой кривую. Разобьем кривую на несколько участков и заменим каждый участок отрезком прямой линии (рис. 2). Чем больше разбиений, тем точнее будет математическая модель. Поводцы и оттяжку вешки представим в виде дополнительных участков. Добавим узел в соединении оттяжки и поводцов и узел на месте крепления оттяжки к вешки. В результате получим ненаправленный односвязный граф, состоящий из множества вершин N , являющихся точками соединения отрезков (участков сети), и множества ребер, замещающих отрезки.

Сосредоточим массы и веса всех участков сети в узлах графа. Составим дифференциальные уравнения движения и определим начальные условия для каждого узла $i \in N$ [6]:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{v}_i}{dt} = \bar{w}_i, & \bar{v}_i(0) = \bar{0} \\ \frac{d\bar{r}_i}{dt} = \bar{v}_i, & \bar{r}_i(0) = \bar{r}_i^0 \end{cases}, \quad (1)$$

где v_i – скорость узла i ; w_i – ускорение узла i ; r_i – координаты узла i ; r_i^0 – начальные координаты узла i ; t – время процесса моделирования.

Ускорение для каждого узла определяется из уравнения

$$m_i \bar{w}_i = \sum_{j \in N_i} \left((\bar{r}_j - \bar{r}_i) \frac{T_{ij}}{|\bar{r}_j - \bar{r}_i|} - \frac{\bar{R}_{ij} + (0, G_{ij})}{2} \right) + \bar{F}_i, \quad (2)$$

где m_i – сосредоточенная масса в узле i с учетом присоединенной массы; w_i – узловое ускорение в точке i ; R_{ij} – сила гидродинамического сопротивления, действующая на участок сети между узлами i и j ; G_{ij} – вес участка сети между узлами i и j ; r_i – координаты узла i ; r_j – координаты узла j ; T_{ij} – сумма сил натяжения всех ниток, пересекающих плоскость, проходящую между узлами i и j параллельно плоскости ОХЗ; F_i – дополнительная сила, зависящая от узла i ; N_i – множество всех узлов, смежных узлу i по ребру (i, j) .

При расчете ускорений необходимо учесть влияние присоединенной массы. Для упрощения вычислений будем считать присоединенную массу каждой нитки как для цилиндра диаметром, равным диаметру нитки. Присоединенная масса для цилиндра равна массе жидкости в его объеме [7, 8].

Суммарная сила натяжения на участке (i, j) определяется из уравнения

$$T_{ij} = \begin{cases} (|\bar{r}_j - \bar{r}_i| / L_{ij} - 1) E_{ij} A_{ij} & |\bar{r}_j - \bar{r}_i| > L_{ij} \\ 0 & |\bar{r}_j - \bar{r}_i| \leq L_{ij} \end{cases}, \quad (3)$$

где, A_{ij} – сумма площадей поперечного сечения всех ниток, оттяжек или поводцов на участке i, j плоскостью, проходящей между узлами i и j параллельно плоскости OXZ; L_{ij} – длина участка i, j при $T_{ij} = 0$ (без растяжения); E_{ij} – модуль упругости материала участка сети (для капрона принят $1,7 \cdot 10^9$ Па).

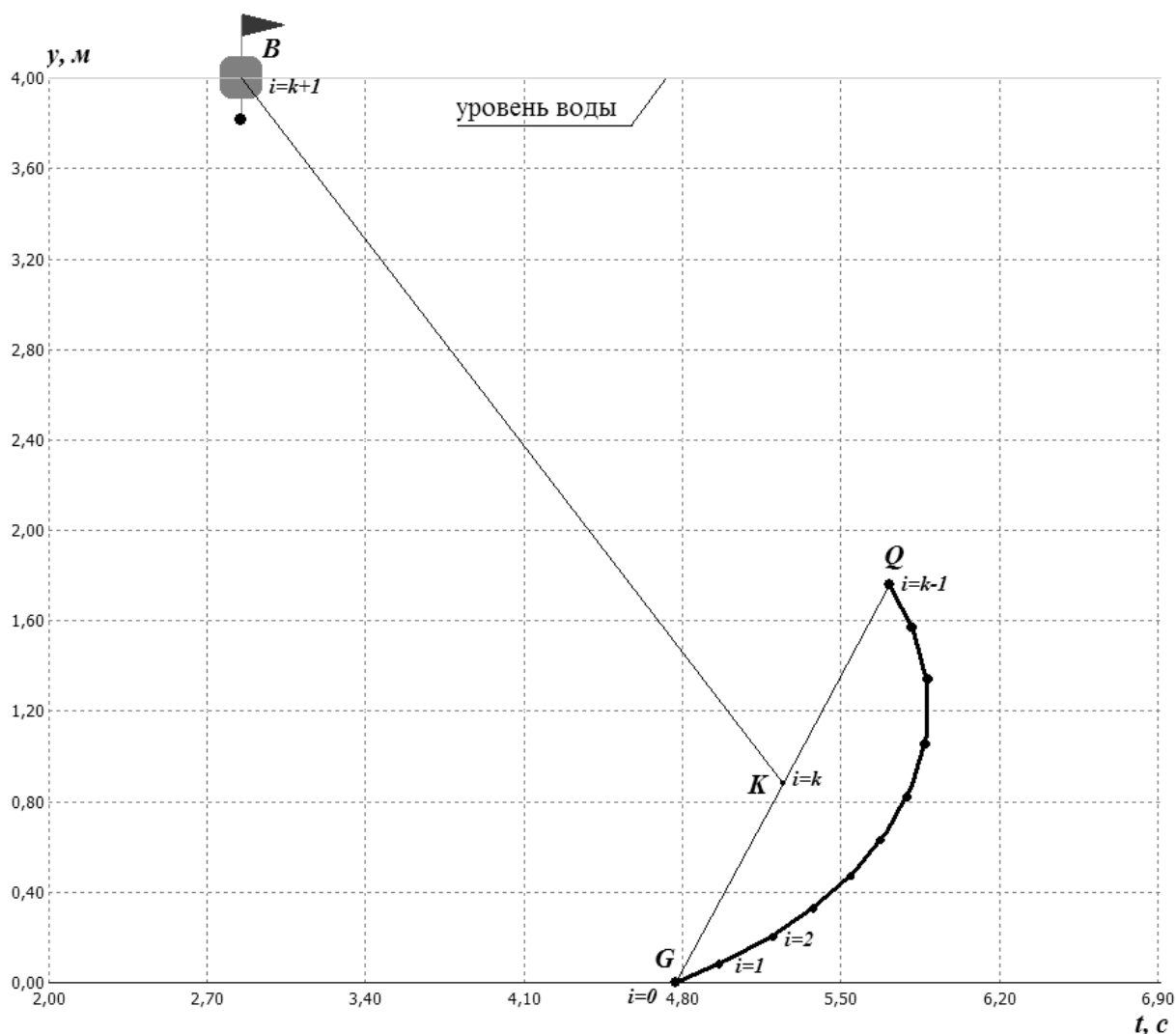


Рис. 2. Вид сети в плоскости OXY
 Fig. 2. View drifting net in plane OXY

Найдем для каждого узла m_i и F_i , а для каждого участка G_{ij} , R_{ij} и A_{ij} и подставим их в уравнения (2) и (3):

$$m_i = m_{0i} + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} ((\rho_{ij} + \rho)V_{ij}), \tag{4}$$

$$G_{ij} = (\rho_{ij} - \rho)V_{ij}g, \tag{5}$$

где ρ_{ij} – усредненная плотность ниток участка i, j ; ρ – плотность воды; V_{ij} – объем ниток участка i, j ; m_{0i} – собственная масса (с учетом присоединенной) узла i без участков.

Для узлов $i = [1 \dots k - 2]$ и $i = k$: $F_i = 0$; $m_{0i} = 0$.

Для узла $i = 0$ (нижняя подбора, точка G):

$$\begin{aligned} \overline{F}_i &= -\overline{(0, 2Gnau_x)} - \overline{e}_i R_G - \overline{(F_f, 0)}, \\ m_{0i} &= \frac{2nau_x G (\rho_G + \rho)}{(\rho_G - \rho) g}, \end{aligned} \quad (6)$$

где G – погонный вес в воде нижней подборы; n – количество ячей по верхней подборе; u_x – посадочный коэффициент по верхней подборе; a – шаг ячее; R_G – сила гидродинамического сопротивления участка нижней подборы; e_i – единичный вектор, имеющий направление скорости перемещения узла i относительно потока воды; F_f – сила трения нижней подборы о дно водоема; ρ_G – усредненная плотность нижней подборы с загрузкой.

Для узла $i = k - 1$ (верхняя подбора, точка Q):

$$\overline{F}_i = \overline{(0, 2Qnau_x)} - \overline{e}_i R_Q, \quad (7)$$

$$m_{0i} = \frac{2nau_x Q (\rho_Q + \rho)}{(\rho - \rho_Q) g}, \quad (8)$$

где Q – погонная плавучесть верхней подборы; R_Q – сила гидродинамического сопротивления участка верхней подборы; ρ_Q – усредненная плотность верхней подборы.

Для узла $i = k + 1$ (вешка, точка B):

$$\overline{F}_i = \overline{(0, 2Q_v)} - \overline{e}_i R_v, \quad (9)$$

$$m_{0i} = \frac{Q_v (\rho_v + \rho)}{(\rho - \rho_v) g}, \quad (10)$$

где Q_v – плавучесть вешки; ρ_v – усредненная плотность вешки; R_v – сила гидродинамического сопротивления вешки.

Единичный вектор, имеющий направление скорости перемещения узла i относительно потока воды:

$$\overline{e}_i = \frac{\overline{v}_i - \overline{(v, 0)}}{\left| \overline{v}_i - \overline{(v, 0)} \right|}. \quad (11)$$

Для вычисления силы гидродинамического сопротивления R_{ij} используются эвристические зависимости [9], связывающие проекции этих сил на оси локальной декартовой системы координат с проекциями участка сети в той же системе координат. В локальной системе координат ось Ox направлена по вектору e_i . Переведем координаты участка i, j в локальную систему координат с началом в точке r_i , выполнив аффинное преобразование [10]:

$$\overline{(r_x, r_y)}_{ij} = M_i \cdot (\overline{r}_j - \overline{r}_i), \quad (12)$$

где r_x и r_y – проекции участка сети на оси локальной системы координат; M_i – матрица поворота.

После вычисления сил гидродинамического сопротивления в локальной системе координат необходимо выполнить обратное преобразование:

$$\overline{R}_{ij} = M_i^{-1} \cdot \overline{(R_x, R_y)}_{ij}, \quad (13)$$

где M_i^{-1} – обратная матрица поворота; R_x и R_y – проекции сил гидродинамического сопротивления участка i, j на оси локальной системы координат.

Матрица поворота находится по формулам

$$M_i = \begin{pmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\alpha_i = \arctan \frac{e_{iy}}{e_{ix}}, \quad (15)$$

где α_i – угол поворота; e_{ix} , e_{iy} – проекции вектора e_i на оси модельной системы координат.

Проекции гидродинамических сил имеют следующие эвристические зависимости от проекций участка сети:

$$R_x = \frac{1}{2} \left(c_0 + (c_{90} - c_0) \frac{r_y}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}} \right) |\overline{v}_i - \overline{v}|^2 \rho S_{ij}, \quad (16)$$

$$R_y = -\frac{1}{2} c_{90} \frac{r_x r_y}{r_x^2 + r_y^2} |\overline{v}_i - \overline{v}|^2 \rho S_{ij}, \quad (17)$$

где c_0 – гидродинамический коэффициент для сети, расположенной параллельно потоку воды; c_{90} – гидродинамический коэффициент для сети, расположенной перпендикулярно потоку воды; S_{ij} – площадь сечения ниток участка сети в плоскости, перпендикулярной вектору e_i .

Гидродинамические коэффициенты находятся по формулам [9]:

$$c_0 = F_o \text{Re}^{-0.165}, \quad (18)$$

$$c_{90} = 16 \left(\frac{2F_o}{\text{Re}} \right)^{0.28}, \quad (19)$$

$$\text{Re} = \frac{d}{\vartheta} |\overline{v}_i - \overline{v}|, \quad (20)$$

где F_o – сплошность сети; Re – число Рейнольдса для сети; ϑ – кинематическая вязкость воды.

Для участков сетной оболочки (между точками Q и G):

$$L_{ij} = 2ma\sqrt{1-u_x^2}, \quad (21)$$

$$A_{ij} = 2n \frac{\pi d^2}{4}, \quad (22)$$

$$S_{ij} = 4nmad, \quad (23)$$

$$V_{ij} = \frac{\pi}{4} S_{ij} d, \quad (24)$$

$$F_o = \frac{d}{au_x \sqrt{1-u_x^2}}, \quad (25)$$

где d – диаметр ниток сетной оболочки; m – количество ячеек на участке сетной оболочки по боковой подборе.

Для поводцов и оттяжки: L_{ij} – входной параметр, $F_o=1$,

$$A_{ij} = \pi d_{ij}^2 / 4, \quad (26)$$

$$V_{ij} = A_{ij} L_{ij}, \quad (27)$$

$$S_{ij} = L_{ij} d_{ij}, \quad (28)$$

где d_{ij} – диаметр поводца или оттяжки.

Рассчитаем гидродинамическую силу нижней и верхней подборы, используя эмпирические зависимости для цилиндра:

$$R_G = \frac{1}{2} b_1 k_{1G} \left(\frac{d_G |\bar{v}_0 - \bar{v}|}{g} \right)^{-0.16} |\bar{v}_0 - \bar{v}|^2 \rho d_G (2anu_x), \quad (29)$$

$$R_Q = \frac{1}{2} b_1 k_{1Q} \left(\frac{d_Q |\bar{v}_{k-1} - \bar{v}|}{g} \right)^{-0.16} |\bar{v}_{k-1} - \bar{v}|^2 \rho d_Q (2anu_x), \quad (30)$$

где d_G – диаметр нижней подборы; d_Q – диаметр верхней подборы; $b_1 = 4,2$ – коэффициент для шестипрядных полиэтиленовых канатов [9]; k_1 – поправочные коэффициенты, определяющие удлинение цилиндра.

$$k_{1G} = \frac{1}{1 + (d_G / (2anu_x))^{1/3}}. \quad (31)$$

$$k_{1Q} = \frac{1}{1 + (d_Q / (2am_x))^{1/3}} \quad (32)$$

Рассчитаем гидродинамическую силу сопротивления вешки, применив эмпирические зависимости для цилиндра:

$$R_v = \frac{1}{2} b_v k_v \left(\frac{d_v |\bar{v}_{k+1} - \bar{v}|}{g} \right)^{-0.16} |\bar{v}_{k+1} - \bar{v}|^2 \rho d_v h_v, \quad (33)$$

$$k_v = \frac{1}{1 + (d_v / h_v)^{1/3}}, \quad (34)$$

где d_v – диаметр пенопласта вешки; h_v – высота пенопласта вешки; $b_v = 3,0$ – коэффициент для гладкого цилиндра [11]; k_v – поправочный коэффициент, определяющий удлинение цилиндра.

Сила трения нижней подборы о дно водоема:

$$F_f = \begin{cases} \operatorname{sgn}((\bar{v}_0 - \bar{v})_x) f F_y & |F_y| < 0 \\ 0 & |F_y| \geq 0 \end{cases}, \quad (35)$$

где F_y – проекция равнодействующей силы за вычетом силы трения, приложенных к нижней подборе на ось OY; f – коэффициент трения нижней подборы.

$$F_y = \left(\sum_{j \in [1, k]} \left(\frac{\bar{r}_j - \bar{r}_0}{|\bar{r}_j - \bar{r}_0|} \frac{T_{0,j}}{2} - \frac{\overline{R_{0,j}} + (0, G_{0,j})}{2} \right) + \bar{F}_0 \right)_y, \quad (36)$$

где r_0 – координаты нижней подборы.

Результаты и их обсуждение

Для проверки описанной математической модели плавной сети была создана компьютерная программа. Параметры моделируемой сети указаны в таблице. В начальный момент времени сеть была неподвижна. Нижняя подбора находилась на дне в начале системы координат. Вешки находились на поверхности воды в координатах $(0, Y)$, где $Y = 4$ м – глубина водоема в месте расположения сети. Скорость течения воды в течение всего процесса моделирования была постоянна и равна $v = 0,3$ м/с. Сетная оболочка была разбита по высоте на 10 одинаковых участков. Количество ячеек по вертикальной подборе 30.

Графики зависимостей различных параметров сети от времени показаны на рис. 3-8.

На графиках используются следующие обозначения: Q – верхняя подбора; G – нижняя подбора; K – точка соединения поводцов и оттяжки вешки; B – вешка; v – скорость течения; v_{Gx} – скорость нижней подборы по оси OX; v_{Qx} – скорость верхней подборы по оси OX; v_{Bx} – скорость вешки по оси OX; v_{Qy} – скорость верхней подборы по оси OY; v_{By} – скорость вешки по оси OY; T_Q – натяжение в верхнем поводце; T_G – натяжение в нижнем поводце; R – сила гидродинамического сопротивления сети, которая определяется как

сумма проекций на ось OX всех R_{ij} между узлами Q и G ; F_f – сила трения нижней подборы о дно водоема.

Статья подготовлена в рамках выполнения гранта РФФИ № 11-08-00096-а.

Параметры донной ставной сети Parameters of drifting net

Параметр	Значение
Количество ячеей по горизонтальной подборе n	650
Количество ячеей на участке m	3
Шаг ячеей a , мм	55
Посадочный коэффициент по верхней подборе u_x	0,707
Длина верхнего поводца L_{k-1,k_2} , м	1,0
Длина нижнего поводца L_{0,k_3} , м	1,0
Длина оттяжки вешки $L_{k,k+1}$, м	4,0
Диаметр ниток сети d , мм	0,6
Плотность нижней подборы с грузом ρ_G , кг/м ³	7850
Плотность верхней подборы с поплавками ρ_O , кг/м ³	700
Плотность вешки ρ_v , кг/м ³	500
Плавучесть 1 м верхней подборы, Н	0,5
Вес 1 м ² сети, Н	0,029
Вес в воде 1 м нижней подборы, Н	1,5
Плавучесть вешки Q_v , Н	30
Коэффициент трения нижней подборы f	0,3

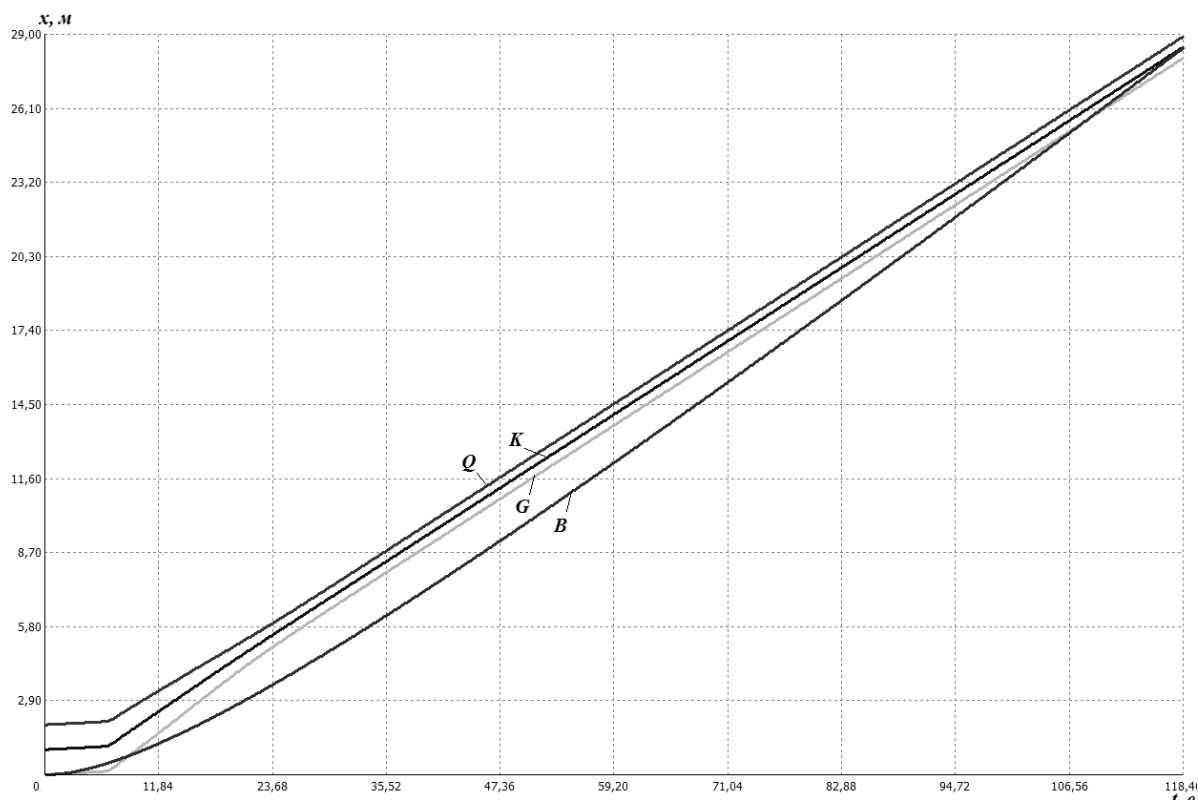


Рис. 3. Зависимость координат на оси OX от времени
Fig. 3. Dependence of coordinates on the OX axis from time

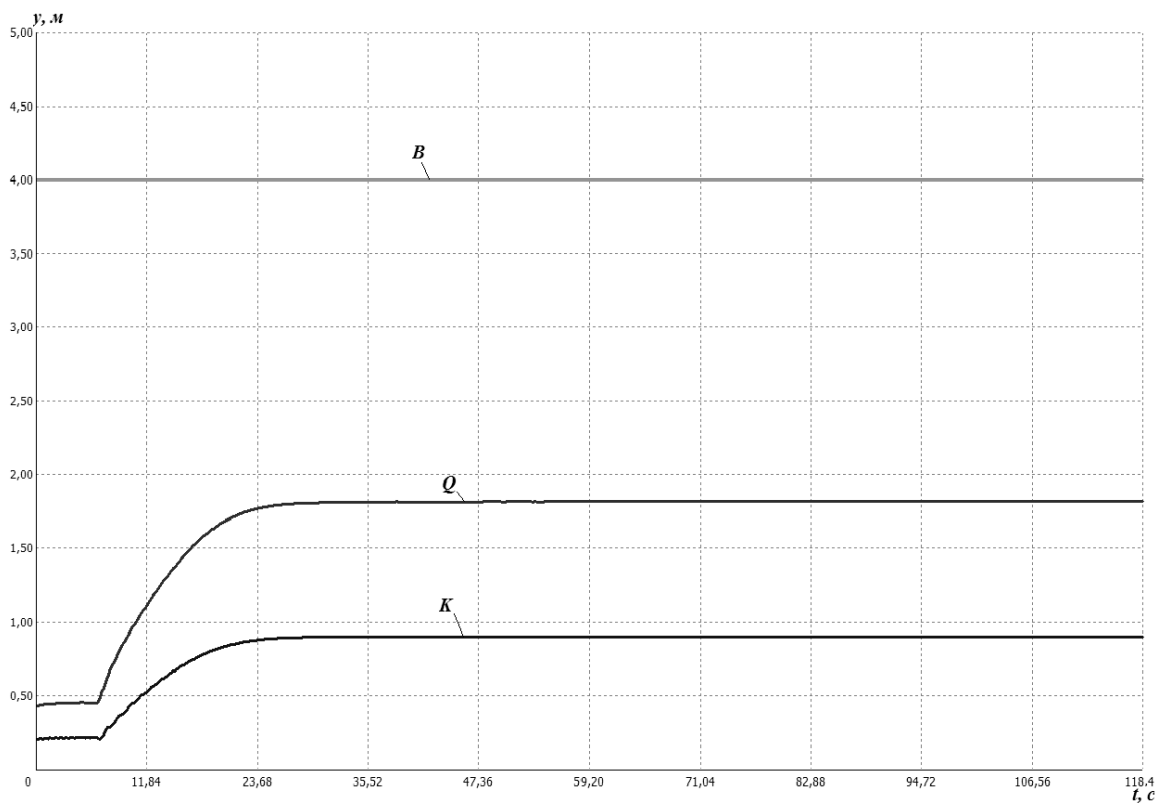


Рис. 4. Зависимость координат на оси OY от времени
 Fig. 4. Dependence of coordinates on the OY axis from time

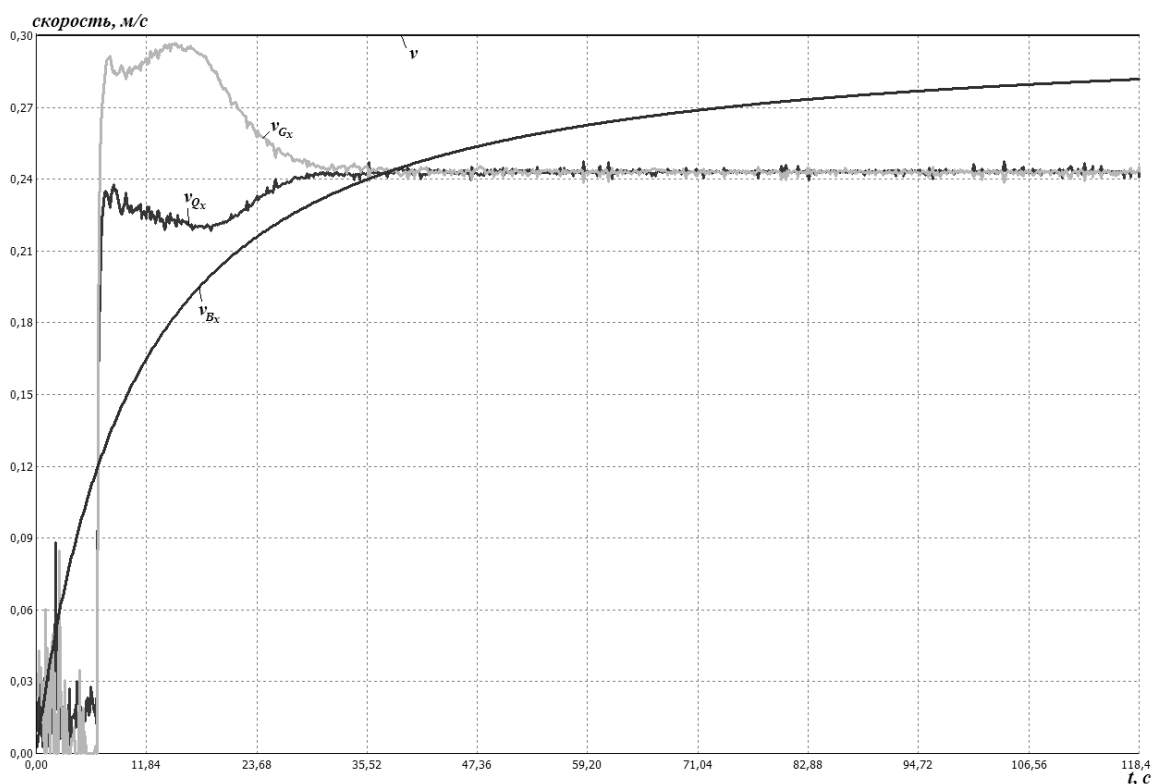


Рис. 5. Зависимость проекции скорости на ось OX от времени
 Fig. 5. Dependence of a projection of speed on the OX axis from time

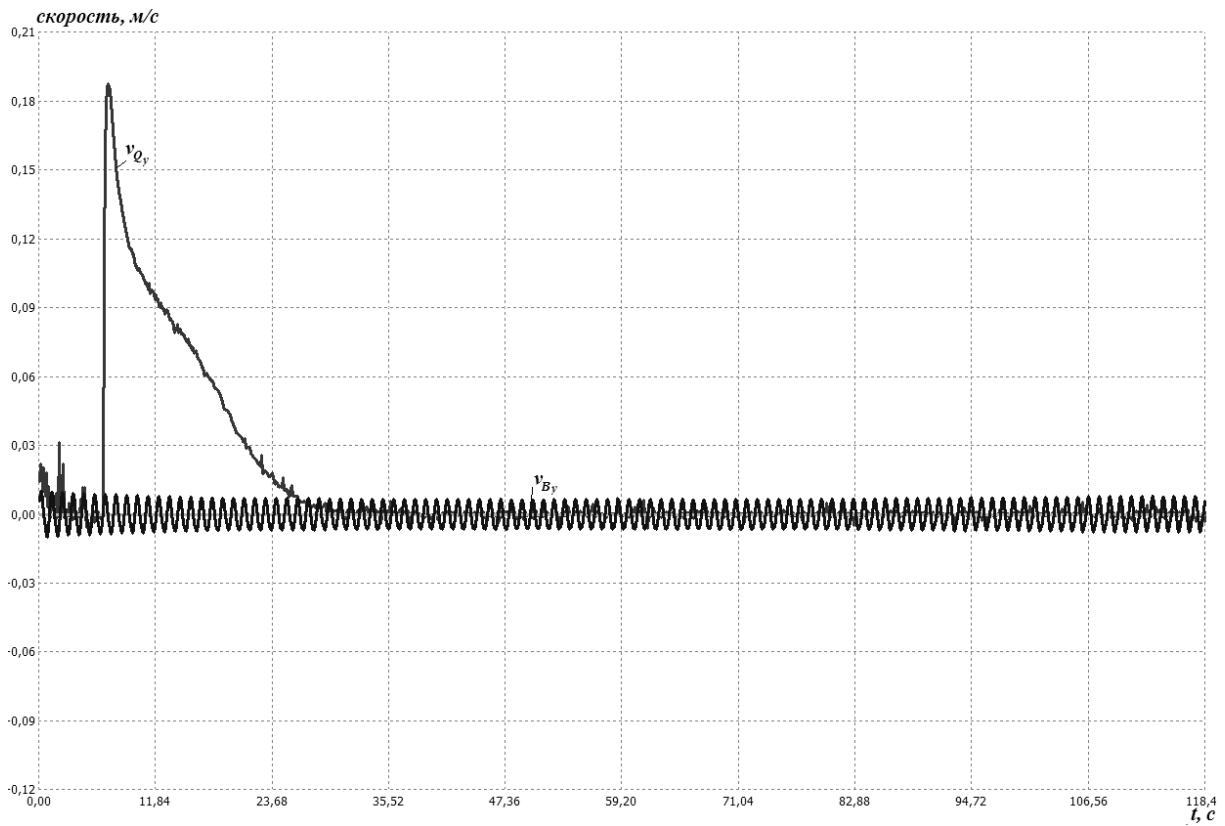


Рис. 6. Зависимость проекции скорости на ось OY от времени
 Fig. 6. Dependence of a projection of speed on the OY axis from time

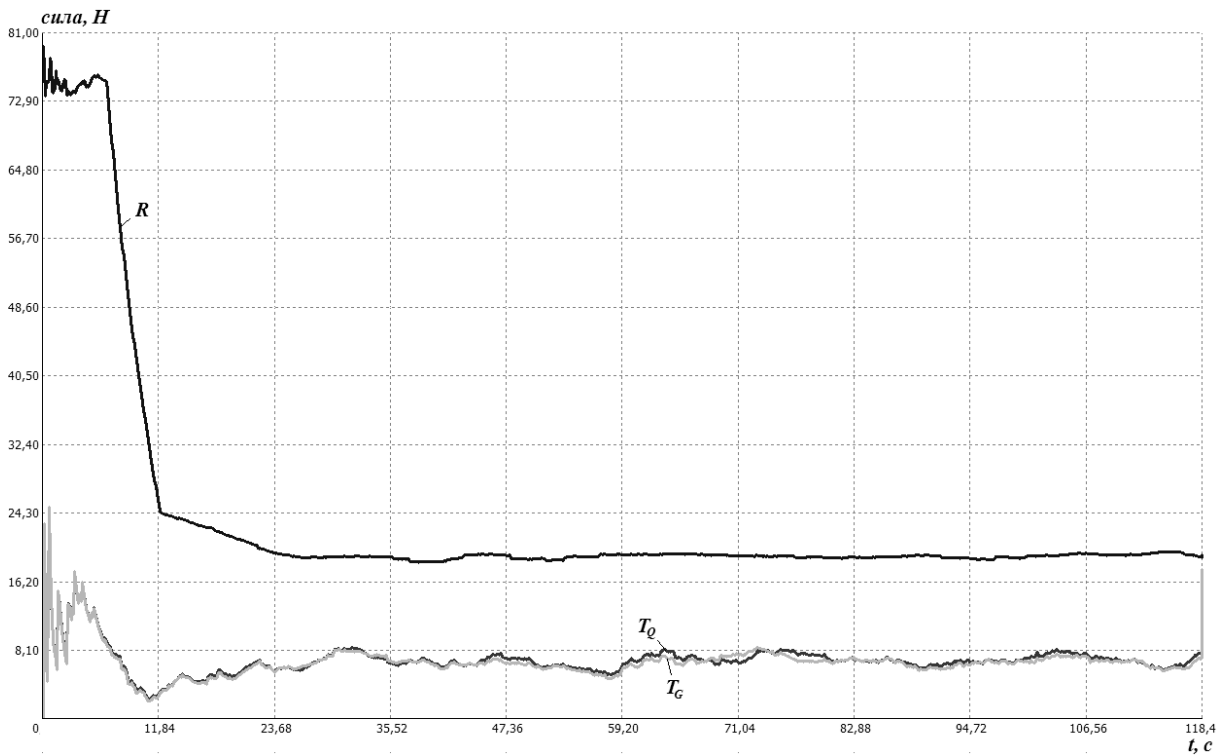


Рис. 7. Зависимость гидродинамической силы сопротивления и натяжений в поводках от времени
 Fig. 7. Dependence of hydrodynamic drag force and tension in streamer line from time

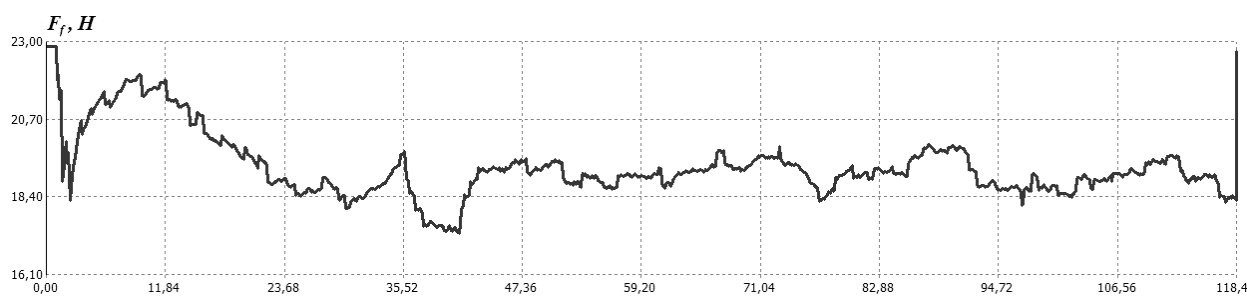


Рис. 8. Зависимость силы трения нижней подборы о дно водоема от времени
 Fig. 8. Dependence of frictional force leadline about a reservoir bottom from time

Список литературы

1. Баранов Ф.И. Теория и расчет орудий рыболовства. – М.: Пищепромиздат, 1948. – 436 с.
2. Баранов Ф.И. Техника промышленного рыболовства. – М.: Пищепромиздат, 1960. – 696 с.
3. Литвиненко А.И. Орудия промышленного рыболовства внутренних водоемов России: справ. Орудия промышленного рыболовства Сибири и Урала. – Тюмень: ГОСРЫБЦЕНТР, 2003а. – Т. 2. – 186 с.
4. Литвиненко А.И. Орудия промышленного рыболовства внутренних водоемов России: справ. Орудия промышленного рыболовства южных районов Европейской части России. – Тюмень: ГОСРЫБЦЕНТР, 2003б. – Т. 3. – 248 с.
5. Литвиненко А.И. Орудия промышленного рыболовства внутренних водоемов России: справ. Орудия промышленного рыболовства центрального, северного и северо-западного районов Европейской части России. – Тюмень: ГОСРЫБЦЕНТР, 2004. – Т. 4. – 242 с.
6. Недоступ А.А., Ражев А.О. Моделирование динамических характеристик ставной сети // Рыб. хоз-во. – 2013. – № 2. – С. 97-99.
7. Ламб Г. Гидродинамика / Пер. с англ. – М.; Л., 1947.
8. Риман И.С., Крепс Р.Л. Присоединенные массы тел различной формы. – М., 1947.
9. Недоступ А.А., Володько Д.А., Ражев А.О. Гидродинамический расчет рыболовной сети // Инженерные системы – 2012: сб. тр. V Междунар. науч.-практ. конф. – М.: РУДН, 2012. – С. 27-31.
10. Дорофеев С.Н. Геометрические преобразования в примерах и задачах. – Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2002. – 189 с.

Сведения об авторах: Недоступ Александр Алексеевич, проректор по информатизации и развитию, кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой промышленного рыболовства, e-mail: nedostup@klgtu.ru;
 Ражев Алексей Олегович, младший научный сотрудник научно-исследовательского центра рыболовства и рыбохозяйственного образования, e-mail: progacpp@live.ru.