
ИХТИОЛОГИЯ. ЭКОЛОГИЯ

УДК 573.591.4

В.И. Беляев

Институт экологии растений и животных УрО РАН,
620144, г. Екатеринбург, ул. 8 марта, 202

ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ФОРМЫ ТЕЛА В ОНТОГЕНЕЗЕ ЖИВОТНЫХ ОДНОЙ ВЫБОРКОЙ ОСОБЕЙ (НА ПРИМЕРЕ РЫБ)

*Проверялась пригодность второй расчетной модели самок и аналогичной модели самцов речного гольяна (*Phoxinus phoxinus* L.) из популяции р. Утка [1] воспроизводить естественную динамику формы тела в онтогенезе особей. Установлено, что расчетные геометрические прогрессии формы тела самок и самцов речного гольяна – вторые математические модели – отражают естественную динамику формы тела – среднестатистическую видовую норму выраженности формы тела у разных по длине тела и полу особей этого вида рыб в данной популяции.*

Ключевые слова: *рыбы, математические модели динамики формы тела, понятие нормы выраженности пластического морфологического признака.*

V.I. Belyaev

DESCRIPTION OF BODY FORM DYNAMICS IN ANIMAL ONTOGENESIS BASED UPON SINGLE SAMPLING (WITH SPECIAL REFERENCE TO FISHES)

*In given article, we tested the ability to reproduce natural dynamics of body form in the course of individual's ontogenesis, the possibility of application of the second calculated model adopted to females and analogous model for males of minnow (*Phoxinus phoxinus* L.) from the Utca river [1]. It was stated that calculated geometric progressions of body form of males and females of minnow – the second mathematical models, reflect natural dynamics of body form – statistically average specific norm of manifestation of body form in individuals of given fish species of the analyzed population differing in body length and sex belonging.*

Key words: *fishes, mathematical models of body form dynamics, the conception of the norm morphological feature.*

При математическом описании роста растений и животных традиционно используют разные математические функции [2, 3]. Основой для вычисления параметров функций служат модель линейной регрессии и метод наименьших квадратов. Поэтому выбор того или иного математического выражения в каждом конкретном случае предполагает определенный, отличный от других, способ преобразования исходных данных [4]. Практика показала, однако, что описание одинаковых исходных данных по росту животных разными математическими выражениями неизбежно приводит к получению разных результатов [5, 6], что в конечном итоге порождает невозможность проведения сравнительного анализа разных случаев роста животных.

Отмеченные препятствия, возникающие при анализе данных, можно устранить, если исключить из обихода биолога использование любых математических функций при описании роста линейных размеров тела и линейных промеров его частей, площади поверхности и массы тела, а также признаков, отражающих размеры внутренних органов животных.

Для этого необходимо сформулировать единую логическую концепцию о принципе роста размеров тела животных и связи значений разных пластических морфологических признаков, после чего на этой единой основе создать адекватную или использовать известную классическую математическую базу для формализации биологических процессов и отдельных явлений.

Известно, например, что мелкие, средние и крупные по размеру тела животных одного вида зрительно похожи друг на друга. Такое зрительное сходство во внешнем облике животных имеет место из-за того, что в процессе роста от мелких до крупных размеров их тел в онтогенезе все линейные расстояния на поверхности тел, площадь поверхности и объем тел животных увеличивались умножительно и примерно в одно число раз.

Адекватное свойство умножительности в ряде числовых значений присуще математическому выражению, не являющемуся математической функцией, именуемому геометрической прогрессией [7]. Выбор геометрической прогрессии (ГП) для оценки особенностей морфологического строения тела рыб обоснован ранее и представлен в работах [8, 9, 10]. Геометрическая прогрессия есть множество, каждый последующий член которого больше предыдущего члена в одно и то же число раз. Сказанное в этом абзаце и определило использование ГП для математического описания динамики роста значений самых разных пластических признаков и формы тела рыб в данной работе.

Величины знаменателей $q(F'_i)$ ГП динамики значений формы тела самок речного голяна (*Phoxinus phoxinus* L.) в работе [1] вычислены по выборочным средним геометрическим значениям формы тела в каждом из одиннадцати размерных классов длины тела самок (табл. 1). При обращении к наиболее известным классификациям информативности разных исходных данных, используемых для описания роста животных [2, с. 104-106], видим, что данные из табл. 1 в полной мере соответствуют только данным типа (D), а быть названными профильными данными типа (C) могут лишь условно, с большим приближением, так как они сформированы путем ранжирования на классы совокупности значений длины тела большой выборки самок голяна ($n = 246$), отловленных, в основном, в июле-августе 2004 г. Однако, по мнению авторов разных классификаций, и данные типа (C) «... могут дать лишь общее представление о закономерностях роста отдельных особей» [2, с. 106], так как анализ роста животных в отдельных популяциях вида разными авторами до сих пор проводится по расчетным параметрам разных математических функций, значения которых вычислены методом наименьших квадратов (МНК). Как видим, согласно представлению исследователей середины и второй половины XX в., исходные данные в табл. 1 имеют крайне низкую информативную ценность, чтобы отражать рост голянов в конкретной популяции вида. Так ли это на самом деле – показано ниже.

В этой работе МНК и другие математические методы параметрической статистики не использованы. Оценка пригодности расчетных геометрических прогрессий – вторых математических моделей динамики формы тела [1] – отражает динамику формы тела самок и самцов речного голяна в популяции вида, обитающей в р. Утка, проведена по результатам шести трансформаций одной модельной выборки ($l_{i,2}; F'_{i,2}$) самок в системе декартовых координат OX и OY и пяти аналогичных трансформаций модельной выборки ($l_{i,2}; F'_{i,2}$) самцов по расчетным ГП самок и самцов, соответственно, на место расположения на рисунке плоскостей OX и OY разных выборок ($l_{i,k}; F'_{i,k}$), отражающих линейные размеры длины и формы тела голянов в разные годы отлова рыб. Воспроизведение картины динамики формы тела по длине тела у самок и самцов речного голяна выполнено по геометрическим прогрессиям, знаменатели q_i которых в работе [1] вычислены по соотношениям (3) и (4), а преобразование измеренных значений разных признаков рыб выполнено по соотношениям (2) – (10). Иллюстрация информативности результатов трансформации модельных выборок ($l_{i,2}; F'_{i,2}$) по расчетным ГП, таким образом, является основной задачей предлагаемой читателю работы.

В качестве модели динамики длины тела самок голяна использована геометрическая прогрессия

$$l_{i,k} = l_{i,2} \cdot 1.062719^{\overrightarrow{(n-1)}} \quad (1)$$

Описание динамики формы тела самок модельной выборки выполнено по второй математической модели [1] – геометрической прогрессии

$$\widehat{F'}_{i,2} = F'_{i,2} \cdot 1.069382^{\overrightarrow{(n-1)}} \quad (2)$$

Значение знаменателя $q(l_i)$ геометрической прогрессии

$$l_{i,k} = l_{i,2} \cdot 1.05552^{\overrightarrow{(n-1)}} \quad (3)$$

- модели динамики длины тела самцов речного голяна, вычислено по ранжированному на размерные классы ряду значений длины тела двухсот самцов после завершения формирования выборки самцов в 2006 г. Для описания динамики формы тела самцов рассчитана и использована здесь вторая модель, как и у самок – геометрическая прогрессия

$$F'_{i,2} \widehat{=} F'_{i,2} \cdot 1.06297^{\overrightarrow{(n-1)}} \quad (4)$$

Последовательность преобразования измеренных значений разных признаков: перевод в масштаб длины тела, вычисление значений знаменателей $q(\widehat{y}_i)$ геометрических прогрессий динамики прямых и обратных величин признаков - подробно изложена в работе [1]. Итог вычислений $q(\widehat{y}_i)$ для отражения динамики y_i разных признаков Y и формы тела самок голяна по первой и второй моделям представлен в табл. 1.

На отрезке времени с 2006 по 2011 гг. в августе каждого года на одном и том же участке русла верхнего течения р. Утка отлавливались выборки самок и самцов голяна (по 25 особей в выборке). Длина тела самок в выборках в разные годы колебалась от 4,29 до 8,27 см, самцов – от 4,21 до 7,81 см. Район проведения исследований указан ранее [1].

Особей в каждой выборке ранжировали по длине тела, после чего значения y_i всех признаков Y переводили в масштаб длины тела по модельным отношениям значений длины тела и разных признаков Y в модельных выборках самок и самцов (приложение). После завершения процедуры перевода в масштаб длины тела по y_i значениям признаков, для которых видовые константы $[q(y_i) < q(l_i)]$ (например, табл. 1), вычислялись y'_i – обратные значения y_i , по (10) и далее – значения формы тела $F'_{i,k}$ по (1) для десяти признаков Y [1]. Ранжированные по l_i ряды $(l_{i,2}; F'_{i,2})$ и $(l_{i,k}; F'_{i,k})$ выстраивались параллельно друг другу, после чего для каждой пары сопряженных $l_{i,2}$ и $l_{i,k}$ самок и самцов по (1) и (3) из этой работы вычислялось, соответственно полу, значение $\overrightarrow{(n-1)}$. Затем по ГП(2) и, соответственно, ГП(4) вычислялось $\widehat{F'}_{i,2}$ самок и самцов. В работе [1] процедура вычисления $\overrightarrow{(n-1)}$ и $\widehat{F'}_{i,2}$ проводилась по готовым соотношениям (5) и (7). Далее для каждой отдельной выборки $l_{i,k}$ вычислялась выборка разностей $(\ln F'_{i,2} - \ln F'_{i,k})$, положительных или отрицательных по знаку, которые ранжировали по величине, после чего проводилась оценка сходства или различия между $F'_{i,2}$ и $F'_{i,k}$ в данной выборке по парному критерию Вилкоксона. Результаты этой оценки в выборках самок голяна разных лет отлова сведены в табл. 2, в выборках самцов – в табл. 3.

Таблица 1
 Расчет значений знаменателей q_i ГП разных признаков и формы тела по ранжированным сопряженным рядам выборок-ных средних геометрических значений признаков самок голяяна объединенной выборки ($n = 246$)

Table 1
 Calculation of Values of dominators q_i of GP of different features and body form according to ranged correlated rows of singled out average geometric meanings of eleven females in united sample ($n = 246$)

№ выборки п/п	Признаки, см											$\tilde{F}_{10,к}$	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	\tilde{q}''	n особей
	$\tilde{1}''*$	$\tilde{2}''$	$\tilde{3}''$	$\tilde{4}''$	$\tilde{5}''$	$\tilde{6}''$	$\tilde{7}''$	$\tilde{8}''$	$\tilde{9}''$	$\tilde{10}''$	$\tilde{11}''$														
1	2,8405	2,7677	2,9241	2,8870	2,8332	2,8350	2,8068	2,8524	2,7577	2,6996	2,7697	2,8126	2,7946	2,8477	2,8286	2,8026	29								
2	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	3,2516	25								
3	3,7629	3,7235	3,8023	3,7291	3,7064	3,7558	3,7721	3,7789	3,8069	3,7183	3,9360	3,7724	3,7971	3,8203	3,7471	3,7875	23								
4	3,2678	4,2281	4,4570	4,2062	4,2134	4,2822	4,3260	4,2485	4,3055	4,3052	4,5518	4,3111	4,3302	4,3228	4,2871	4,3387	28								
5	4,8424	4,9940	5,1832	4,7553	4,7108	4,8686	4,9349	4,8004	5,3058	5,2579	5,4874	5,0237	4,9310	4,9777	4,8848	5,0786	19								
6	5,2463	5,4068	5,9162	5,1548	5,1483	5,3077	5,3960	5,1476	5,7254	5,6816	5,9503	5,4755	5,3394	5,3462	5,3469	5,5366	20								
7	5,7842	6,0183	6,7193	5,6086	5,6695	5,8524	5,9239	5,7380	6,5063	6,2473	6,7584	6,0908	5,9653	5,9012	5,8308	6,1630	21								
8	6,2857	6,5512	7,1408	6,0291	6,1616	6,3564	6,5439	6,1695	7,0852	7,0264	7,3797	6,6289	6,5532	6,4123	6,4041	6,7362	22								
9	6,7819	7,0423	7,6637	6,3766	6,5977	6,7697	6,9927	6,8107	7,6722	7,3653	7,8708	7,1001	7,2130	6,9712	6,7532	7,2218	21								
10	7,1458	7,5780	7,7579	6,6265	6,9092	7,1910	7,5109	7,0768	8,4207	8,1887	8,4308	7,5453	7,7058	7,3905	7,2154	7,7267	23								
11	7,7316	8,2044	8,3434	7,0400	7,3967	7,7428	8,1405	7,7208	9,0336	8,8273	9,1678	8,1342	8,4911	8,0817	7,7424	8,3642	15								
\tilde{X}_i^{***}	5,0228	5,1392	5,4159	4,8671	4,9223	5,0436	5,1370	4,9967	5,4264	5,3274	5,5692	5,1796	5,1834	5,1254	5,0490	5,2389									
R_1^{****}	3,7261	3,7149	3,8402	3,7072	3,6831	3,7298	3,7433	3,7225	3,7879	3,7472	3,8853	3,7557	3,7451	3,7696	3,7297	3,7690									
R_2^{****}	6,4420	6,7351	7,2128	6,1065	6,2680	6,4856	6,6873	6,3858	7,3216	7,1426	7,5179	6,7707	6,7959	6,6208	6,4986	6,8932									
q_i	1,0627	1,0683	1,0725	1,0570	1,0609	1,0634	1,0666	1,0618	1,0761	1,0743	1,0760	1,0677	1,0684	1,0646	1,0636	1,0694									

Примечание. Цифровые обозначения пластических признаков самок в данной таблице такие же, как у признаков самок в табл. ПП, символ * означает, что значение признака представлено в масштабе длины тела (масштабе модели ДИВО [10]), символ '' – обратные значения признаков, вычислены по (10) в работе [1]; $\tilde{F}_{10,к}$ – средние геометрические значения формы тела для вычисления q_i первой модели динамики формы тела [1]; $\tilde{F}_{10,к}''$ – средние геометрические значения формы тела для вычисления q_i второй модели динамики формы тела [1]; * – средние геометрические значения разных признаков в каждом отдельном классе длины тела самок голяяна (в масштабе длины тела); ** – среднее геометрическое значение всего ряда чисел; *** – реперная точка R_1 – среднее геометрическое значение левой части всего ряда чисел [9]; **** – реперная точка R_2 – среднее геометрическое значение правой части всего ряда чисел [9]; значение q_i ГП разных признаков вычислены по (3) из работы [1] с $n = 10$.

Таблица 2

**Сумма рангов (+) и (-) парного критерия Вилкоксона
в выборках самок голяна разных лет отлова в р. Утка**

Table 2

**Rank – sum (+) and (-) paired test Wilcoxon in the samples
of minnow females of different years of sampling from the Utca river**

Знак Σ рангов	Суммы рангов разностей ($\ln \hat{F}'_{i,2} - \ln F'_{i,k}$) в разные годы						$\Sigma(\Sigma)$
	2006	2007	2009*	2009**	2010	2011	
+	194	170	181	173	247	180	2006-2011 1148
-	131	155	144	152	78	145	802
<i>n</i> пар	25	25	25	25	25	25	150

Примечание. * – «мелкие» по длине тела самки; ** – «крупные» по длине тела самки.

Знак (+) суммы рангов в таблицах означает, что суммы трансформированных значений $\hat{F}'_{i,2}$ модельной выборки самок и(или) самцов в среднем больше по величине сумм сопряженных по $l_{i,k}$ значений $F'_{i,k}$. Знак (-) отражает обратную картину.

Оценка различий между $\hat{F}'_{i,2}$ и $F'_{i,k}$ при помощи парного критерия Вилкоксона [3, табл. 21П] показала на полное их отсутствие во всех шести парных сравнениях выборок самок в табл. 2 и четырех парных сравнениях выборок самцов в табл. 3.

Таблица 3

**Сумма рангов (+) и (-) парного критерия Вилкоксона в выборках самцов голяна
разных лет отлова в р. Утка**

Table 3

**Rank - sum (+) and (-) paired test Wilcoxon in the samples of minnow males
of different years of sampling from the Utca river**

Знак Σ рангов	Суммы рангов разностей ($\ln \hat{F}'_{i,2} - \ln F'_{i,k}$) в разные годы					$\Sigma(\Sigma)$
	2007	2009*	2009**	2010	2011	
+	218	244	166	284	190	2007-2011 1102
-	107	81	159	41	135	523
<i>n</i> пар	25	25	25	25	25	125

Примечание. * – «мелкие» по длине тела самцы; ** – «крупные» по длине тела самцы.

Достоверные, на 1%-м уровне значимости, различия по форме тела обнаружены у самцов, отловленных в 2010 г. По отношению к совокупности ($l_{i,2}$; $\hat{F}'_{i,2}$) значения ($l_{i,k}$; $F'_{i,k}$) выборок самок и самцов голяна отлова 2010 г. «просели» по транспозиции. Подобное «проседание» данных видно и у мелких по длине тела самцов в пробе 2009 г. (различия не достоверны).

Причины возникновения различий между $\hat{F}'_{i,2}$ и $F'_{i,k}$ проанализированы и заключаются в следующем. В летнее время 2010 г. на территории центральной части Европейской России, Среднем Урале и Зауралье отмечено выпадение аномально низкого количества атмосферных осадков на фоне аномально высоких температур воздуха в нижних слоях атмосферы. Значительно сократился объем поверхностного стока воды в р. Утка. В некоторых местах русло обмелело и представляло собой цепь мелководных плесов, соединенных друг с другом слабым ручьем.

К августу месяцу 2010 г. самки и особенно самцы голяна не набрали массу тела, свойственную особям этого вида рыб в конце периода летней межени и летних температур среды обитания в годы с благоприятными климатическими характеристиками. Недобор массы тела привел к снижению у рыб линейных размеров таких признаков, как макси-

мальная высота и максимальная толщина тела. Таким образом, из-за дефицита массы тела к концу лета 2010 г. у рыб сформировалась более прогонистая, чем обычно, форма тела.

Итак, на отрезке времени жизни с 2004 по 2011 гг. направление динамики значений формы тела, вычисленных по совокупности значений десяти пластических признаков, в онтогенезе самок и самцов речного голяна в р. Утка в целом оставалось неизменным от года к году. За этот период времени были промерены 932 голяна с длиной тела от 3,01 см до 8,27 см в разных выборках, что отражает практически весь диапазон значений длины и видовой формы тела у молоди и половозрелых голянов, обитающих в р. Утка.

Отсутствие различий между $F'_{i,k}$ и $\hat{F}'_{i,2}$ в десяти случаях из одиннадцати парных сравнений выборок ($\ln \hat{F}'_{i,2} - \ln F'_{i,k}$) убеждает нас в том, что ГП(2) и ГП(4), которым ранее присвоен статус вторых математических моделей динамики формы тела самок и самцов голяна в онтогенезе особей, несмотря на то, что значения их знаменателей $q(F'_{i,2})$ вычислены по условно профильным данным типа (С) (см. табл. 1), пригодны описывать естественную динамику всего диапазона значений формы тела самок и самцов голяна, обитающих в р. Утка, если $l_{i,2}$ модельной выборки ($l_{i,2}; F'_{i,2}$) самок или $l_{i,2}$ аналогичной выборки самцов трансформировать по ГП(1) или ГП(3) соответственно.

С другой стороны, ГП(2) и ГП(4) следует называть математическими моделями, которые отражают норму выраженности формы тела у разных по длине тела самок и самцов речного голяна в условиях верхнего течения р. Утка. Норма выраженности любого пластического признака, таким образом, в моем представлении есть его определенная величина у разных по длине тела особей вида, которая в конкретных условиях среды обитания особей воспроизводится и поддерживается в популяции вида от года к году «под контролем естественного отбора».

Термин «норма выраженности размера пластического признака» позаимствован у академика АН СССР С.С. Шварца при общении с ним автора статьи в первые годы работы в Институте экологии растений и животных в г. Свердловске (ныне г. Екатеринбург). Автор надеется на то, что по крайней мере в первом приближении ответил на вопрос С.С. Шварца: «Что представляет собой понятие «норма выраженности морфологического признака?»».

Акцентирую внимание читателя на сказанном выше. Геометрические прогрессии (1) и (2), (3) и (4) могут быть использованы для установления сходства и различий по форме тела самок и самцов речного голяна, обитающих в разных популяциях вида. Иллюстрация трансформации ($l_{i,2}; F'_{i,2}$) на выборки ($l_{i,k}; F'_{i,k}$) рыб разных лет отлова – основа метода проведения сравнительного анализа такого типа. Очевидно, что для достижения желаемого результата необходимо использовать только выборки значений ($l_{i,2}; F'_{i,2}$), т.е. значения признаков модельных выборок самок и самцов речного голяна из р. Утка. При этом для оценки морфологической определенности формы тела голянов в той или другой популяции вида достаточно, как видим, примерно на одном отрезке времени календарного года отловить для анализа и промерить всего одну выборку половозрелых самок и аналогичную выборку самцов.

Ясно при этом, что для проведения сравнительного межпопуляционного анализа набор пластических признаков, призванных отражать форму тела рыб и других животных, может быть каким угодно, но всегда одинаковым по числу и составу признаков, значения которых, в свою очередь, должны быть представлены в однородных и одного масштаба единицах измерения. Для этого желательно, чтобы набор пластических признаков был оговорен предварительно на форуме научной общественности, хотя бы на уровне тематической научной лаборатории. Последнее позволит исключить неизбежное разнообразие в вариантах выбора признаков разными исследователями и тем самым предотвратит нестыковку результатов разных исследований видовой динамики формы тела животных, проведенных в разных частях ареала вида.

Таблица 1П

**Измеренные значения пластических признаков самок речного голяна
из р. Утка в модельной выборке особей (2004 г., $n = 25$), см**

№ п/п	Признаки, см										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3,01	0,6526	0,13	0,68	1,37	1,84	1,16	1,17	0,48	0,33	0,20
2	3,05	0,6542	0,14	0,66	1,37	1,90	1,24	1,15	0,49	0,36	0,16
3	3,05	0,6811	0,13	0,65	1,41	1,92	1,27	1,13	0,48	0,37	0,19
4	3,05	0,6840	0,16	0,70	1,45	1,90	1,20	1,15	0,50	0,32	0,19
5	3,06	0,6495	0,15	0,68	1,40	1,87	1,19	1,19	0,50	0,32	0,17
6	3,09	0,7159	0,13	0,66	1,48	1,98	1,32	1,11	0,47	0,37	0,18
7	3,09	0,6739	0,14	0,69	1,41	1,91	1,22	1,18	0,48	0,35	0,19
8	3,12	0,6604	0,15	0,69	1,48	1,94	1,25	1,18	0,46	0,32	0,18
9	3,13	0,6896	0,14	0,74	1,44	1,95	1,21	1,18	0,50	0,37	0,18
10	3,15	0,7230	0,18	0,73	1,50	2,00	1,27	1,15	0,48	0,39	0,22
11	3,19	0,7306	0,21	0,78	1,50	2,03	1,25	1,16	0,55	0,40	0,21
12	3,24	0,7708	0,19	0,75	1,49	2,00	1,25	1,24	0,52	0,44	0,22
13	3,28	0,7007	0,14	0,71	1,55	2,11	1,40	1,17	0,52	0,37	0,20
14	3,30	0,7368	0,14	0,72	1,49	2,06	1,34	1,24	0,53	0,35	0,21
15	3,31	0,7617	0,20	0,80	1,60	2,11	1,31	1,20	0,57	0,40	0,21
16	3,35	0,7489	0,18	0,79	1,55	2,07	1,28	1,28	0,59	0,39	0,22
17	3,36	0,7477	0,16	0,77	1,55	2,13	1,36	1,23	0,54	0,40	0,19
18	3,40	0,7405	0,14	0,77	1,53	2,11	1,34	1,29	0,55	0,31	0,22
19	3,41	0,7802	0,18	0,76	1,62	2,19	1,43	1,22	0,61	0,41	0,21
20	3,42	0,7249	0,20	0,78	1,59	2,15	1,37	1,24	0,52	0,36	0,20
21	3,45	0,8000	0,19	0,77	1,65	2,20	1,43	1,25	0,55	0,45	0,23
22	3,46	0,7835	0,16	0,77	1,62	2,21	1,44	1,25	0,59	0,42	0,23
23	3,46	0,7319	0,19	0,80	1,58	2,20	1,40	1,26	0,50	0,38	0,22
24	3,48	0,8330	0,17	0,76	1,65	2,24	1,48	1,24	0,63	0,47	0,25
25	3,48	0,7691	0,16	0,78	1,55	2,16	1,38	1,32	0,57	0,41	0,22

Примечание. 1 – длина тела промысловая, от кончика рыла до конца чешуйного покрова l ; 2 – условная масса тела Q ; 3 – длина рыла aO ; 4 – длина головы слева lC ; 5 – расстояние до брюшного плавника aV ; 6 – расстояние до анального плавника aA ; 7 – линейный размер брюшного отдела $aA-lC$; 8 – длина хвостового стебля $l-aA$; 9 – максимальная высота тела H в основании брюшного плавника; 10 – максимальная толщина тела B ; 11 – минимальная высота тела в шейке хвостового стебля h .

Условная масса тела самок голяна в табл. 1П и самцов голяна в табл. 2П представлена в сантиметрах; для перевода в граммы требуется любое табличное значение условной массы тела возвести в куб [1, 10].

Если значение условной массы тела Q (см) [10] животного или любого другого физического тела возвести в квадрат и умножить на число шесть, то получим площадь поверхности куба, равную $6Q^2$, с размерностью сантиметр в квадрате. Тогда $\sqrt{6Q^2} = Q \sqrt{6}$ – сторона квадрата есть линейное выражение (в см) площади поверхности тела данного животного или любого другого физического тела и, следовательно, должна быть поименована как условная площадь поверхности. Видно, что условная площадь поверхности физического тела больше его условной массы в $\sqrt{6}$ раз.

Таблица 2 П

**Измеренные значения пластических признаков самцов речного голяна
из р. Утка в модельной выборке особей (2006 г., n=25), см**

№ п/п	Признаки, см										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3,03	0,7034	0,17	0,76	1,44	1,96	1,20	1,07	0,49	0,38	0,21
2	3,04	0,6753	0,17	0,71	1,41	1,88	1,17	1,16	0,49	0,35	0,20
3	3,05	0,6724	0,16	0,70	1,41	1,90	1,20	1,15	0,46	0,35	0,20
4	3,05	0,6753	0,16	0,70	1,38	1,89	1,19	1,16	0,53	0,31	0,18
5	3,07	0,6840	0,14	0,70	1,41	1,94	1,24	1,13	0,47	0,37	0,20
6	3,10	0,6664	0,14	0,70	1,39	1,90	1,20	1,20	0,50	0,35	0,19
7	3,11	0,6790	0,16	0,71	1,38	1,99	1,27	1,12	0,50	0,34	0,19
8	3,14	0,6818	0,16	0,71	1,44	1,94	1,23	1,20	0,52	0,34	0,17
9	3,14	0,6581	0,19	0,75	1,47	1,94	1,19	1,20	0,49	0,34	0,18
10	3,16	0,6973	0,18	0,71	1,41	1,91	1,20	1,25	0,49	0,37	0,22
11	3,19	0,7133	0,13	0,71	1,47	2,01	1,30	1,18	0,52	0,37	0,19
12	3,20	0,6882	0,21	0,77	1,50	2,04	1,27	1,16	0,48	0,32	0,20
13	3,20	0,6952	0,15	0,70	1,45	1,96	1,26	1,24	0,49	0,34	0,21
14	3,20	0,7153	0,15	0,71	1,43	2,00	1,29	1,20	0,52	0,38	0,21
15	3,24	0,7054	0,16	0,71	1,44	2,01	1,30	1,23	0,51	0,35	0,21
16	3,27	0,7477	0,20	0,79	1,54	2,13	1,34	1,14	0,54	0,37	0,22
17	3,27	0,7635	0,14	0,73	1,47	2,05	1,32	1,22	0,58	0,41	0,23
18	3,28	0,6910	0,18	0,75	1,44	2,00	1,25	1,28	0,51	0,34	0,20
19	3,32	0,7606	0,14	0,79	1,49	2,08	1,29	1,24	0,55	0,40	0,23
20	3,34	0,7047	0,15	0,73	1,48	2,05	1,32	1,29	0,52	0,36	0,20
21	3,40	0,7140	0,18	0,77	1,49	2,08	1,31	1,32	0,55	0,34	0,21
22	3,44	0,7429	0,18	0,78	1,55	2,17	1,39	1,27	0,52	0,36	0,21
23	3,48	0,7797	0,17	0,79	1,51	2,15	1,36	1,33	0,59	0,39	0,23
24	3,49	0,8010	0,18	0,79	1,59	2,19	1,40	1,30	0,61	0,44	0,25
25	3,49	0,7312	0,19	0,81	1,54	2,15	1,34	1,34	0,52	0,33	0,22

Примечание. Цифровые обозначения пластических признаков самцов в данной таблице такие же, как у признаков самок в табл. 1 П.

Модельные отношения между выборочной средней геометрической длиной тела и выборочными средними геометрическими значениями всех других признаков самок в модельной выборке особей. Цифровое обозначение признаков соответствует их словесному названию в таблице исходных данных самок.

$$\bar{1}/\bar{2} = 4.490178; \bar{1}/\bar{3} = 20.245796; \bar{1}/\bar{4} = 4.429446; \bar{1}/\bar{5} = 2.152074; \bar{1}/\bar{6} = 1.591035; \bar{1}/\bar{7} = 2.484595; \bar{1}/\bar{8} = 2.696056; \bar{1}/\bar{9} = 6.190219; \bar{1}/\bar{10} = 8.644018; \bar{1}/\bar{11} = 16.023801.$$

Модельные отношения между выборочной средней геометрической длиной тела и выборочными средними геометрическими значениями всех других признаков самцов в модельной выборке особей:

$$\bar{1}/\bar{2} = 4.55344; \bar{1}/\bar{3} = 19.50431; \bar{1}/\bar{4} = 4.37071; \bar{1}/\bar{5} = 2.20851; \bar{1}/\bar{6} = 1.60542; \bar{1}/\bar{7} = 2.53828; \bar{1}/\bar{8} = 2.65375; \bar{1}/\bar{9} = 6.23960; \bar{1}/\bar{10} = 8.99674; \bar{1}/\bar{11} = 15.66007.$$

Расчет значений знаменателя q геометрических прогрессий рядов средних геометрических значений $\bar{x}_{i,k}, \bar{y}_{i,k}, \bar{F}_{i,k}$ самок речного голяна приведен в табл. 1 текста статьи. При $n = 10$ в соотношении (3) [1] имеем: $q(\bar{1}) = 1.062719; q(\bar{2}) = 1.068343; q(\bar{3}) = 1.072548; q(\bar{4}) = 1.057019; q(\bar{5}) = 1.06086; q(\bar{6}) = 1.063398; q(\bar{7}) = 1.066595; q(\bar{8}) = 1.061799; q(\bar{9}) = 1.075972; q(\bar{10}) = 1.074305; q(\bar{11}) = 1.076099; q(\bar{F}_{i,k}) = 1.067672$ (первая модель); $q(\bar{4}) = 1.068449$ (обратные величины, см. текст); $q(\bar{5}) = 1.064583$ (обратные величины); $q(\bar{8}) = 1.063640$ (обратные величины); $q(\bar{F}_{i,k}) = 1.069382$ (вторая модель, $n = 10$, по прямым и обратным величинам признакам).

Расчетные значения знаменателей геометрических прогрессий q рядов средних геометрических значений признаков $\bar{x}_{i,k}, \bar{y}_{i,k}, \bar{F}_{i,k}$ самцов речного голяна, вычисленные для интервала средних значений длины тела от $\bar{2}.88$ до $\bar{6}.82$ см. При $n=10$ в соотношении (3) [1] имеем: $q(\bar{1}) = 1.05552; q(\bar{2}) = 1.06235; q(\bar{3}) = 1.06155; q(\bar{4}) = 1.05082; q(\bar{5}) = 1.05132; q(\bar{6}) = 1.05392; q(\bar{7}) = 1.05566; q(\bar{8}) = 1.05814; q(\bar{9}) = 1.07267; q(\bar{10}) = 1.06912; q(\bar{11}) = 1.07333; q(\bar{F}_{i,k}) = 1.06086$ (первая модель); $q(\bar{4}) = 1.06023$ (обратные величины); $q(\bar{5}) = 1.05973$ (обратные величины); $q(\bar{6}) = 1.05711$ (обратные величины); $q(\bar{F}_{i,k}) = 1.06297$ (вторая модель, $n = 10$, по прямым и обратным величинам признакам).

Видим, что пришло время создавать на базе Интернета банки первичных данных, состоящие из модельных выборок измеренных значений некоторого числа пластических признаков Y и длины тела X особей популяции конкретного вида животных, модельных отношений x_i / y_i значений признаков в модельных выборках, расчетных величин знаменателей геометрических прогрессий – моделей динамики значений длины тела X , отдельных признаков Y и формы тела F_i для самок и самцов из отдельных популяций вида.

Все перечисленные выше необходимые исходные данные для организации и проведения исследований по оценке динамики формы тела самок и самцов речного голяна в разных частях ареала вида помещены в приложении.

Список литературы

1. Беляев В.И. Использование геометрической прогрессии y_i / x_i для оценки половых различий во внешнем облике животных (на примере рыб) // Науч. тр. Дальрыбвтуза. – Владивосток, 2012. – Т. 25. – С. 23-35.
2. Мина М.В., Клевезаль Г.А. Рост животных. – М.: Наука, 1976. – 292 с.
3. Зайцев Г.Н. Математическая статистика в экспериментальной ботанике. – М., 1984. – 424 с.
4. Глотов Н.В., Животовский Л.А., Хованов Н.В., Хромов-Борисов Н.Н. Биометрия. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1982. – 264 с.
5. Рикер У.Е. Методы оценки и интерпретация биологических показателей популяций рыб. – М.: Пищ. пром-сть, 1979. – 408 с.
6. Беляев В.И. Степень соответствия экспоненциального и степенного уравнений для описания роста молоди карпа в длину // Количественные методы в экологии позвоночных. – Свердловск: УНЦАН СССР, 1983. – С. 127-133.
7. Бронштейн В.И., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Гос. изд-во технико-теорет. лит-ры, 1953. – 608 с.
8. Беляев В.И. Оценка функциональных отношений биологических признаков животных в выборочных базах данных (на примере рыб) // Проблемы отдаленных эколого-генетических последствий радиационных инцидентов: Тоцкий ядерный взрыв. – Екатеринбург, 2000. – С. 88-98.
9. Беляев В.И. Принцип связи двух переменных в алгоритмах оценки функциональных отношений биологических признаков животных (на примере рыб) // Сибирский эколог. ж. – 2001. – № 5. – С. 637-643.
10. Беляев В.И., Русанов В.В. Отражение статики и динамики формы тела животных при помощи модели двумерного изометрического виртуального облика (на примере рыб) // Вест. Тюменского гос. ун-та. – Тюмень. – 2005. – № 5. – С. 202-212.

Сведения об авторе: Беляев Владимир Иванович, e-mail: belyaevur@rambler.ru.